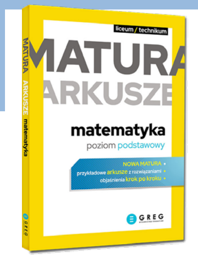


KLUCZ

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
1.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
2.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
3.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
4.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
5.1.	F, P	**1 pkt** – odpowiedź poprawna (obie odpowiedzi muszą być poprawne). **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
5.2.	$k(f) = f + 5$	**2 pkt** – w przypadku poprawnego obliczenia i zapisania wzoru funkcji. **1 pkt** – w przypadku poprawnego obliczenia a lub b. **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.
6.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
7.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
8.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
9.	C, 1	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
10.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
11.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
12.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
13.	C, 1	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
14.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
15.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
16.	P, F	**1 pkt** – odpowiedź poprawna (obie odpowiedzi muszą być poprawne). **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
17.	$\cos\alpha = \frac{-\sqrt{7}}{4}$, $\mathrm{tg}\alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$	**2 pkt** – za poprawne obliczenie obu wartości (cos i tg). **po 1 pkt** w przypadku poprawnego obliczenia wartości cos lub tg. **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
18.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
19.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
20.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
21.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
22.	A, 2	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
23.1.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
23.2.	$Pc = (75 + 50\sqrt{6})\ \text{cm}^3$ $V = 187{,}5\ \text{cm}^3$	**po 1 pkt** za poprawne obliczenie H, a, Pc, V (w sumie **4 punkty**). **0 pkt** – za całkowicie błędne rozwiązanie lub jego brak.
24.	16.00, 80t	**2 pkt** – w przypadku poprawnego uzupełnienia obu luk. **1 pkt** – w przypadku poprawnego uzupełnienia przynajmniej jednej luki. **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.
25.	$-1, \sqrt{5}, -\sqrt{5}$	**2 pkt** – w przypadku prawidłowego wyliczenia wszystkich rozwiązań równania. **1 pkt** – w przypadku zapisania lewej strony równania jako rozkładu wielomianu na czynniki. **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.
26.1.	7	**2 pkt** – w przypadku prawidłowego obliczenia x. **1 pkt** – w przypadku poprawnego ułożenia proporcji. **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.
26.2.	$5\sqrt{13} - 5$	**2 pkt** – w przypadku prawidłowego obliczenia m. **1 pkt** – w przypadku podania poprawnego ułożenia równania z niewiadomą m, gdzie $m = \|CB\|$ **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.
27.		**2 pkt** – w przypadku prawidłowego wyznaczenia stosunku. **1 pkt** – w przypadku zapisania pól kół z wykorzystaniem wysokości trójkąta. **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.
28.1.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
28.2.	50920000 zł	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi
28.3.	93%	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
29.	140 m x 280 m; 39200 m^2	**3 pkt** – w przypadku prawidłowego policzenia pola. **2 pkt** – w przypadku prawidłowego wyznaczenia *x*, *y* i D*f* **1 pkt** – w przypadku wyznaczenia wzoru funkcji *f*. **0 pkt** – w przypadku podania niepoprawnego rozwiązania lub braku rozwiązania.

ROZWIĄZANIA

Zadanie 1.
Obliczamy liczbę daną w zadaniu, korzystając ze wzoru na różnicę kwadratów dwóch liczb:

$$\left[\left(\sqrt{3}\right)^{-1}+\sqrt{3}\right]\cdot\left[\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}\right)^{-1}\right]=\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=3-\frac{1}{3}=2\frac{2}{3}$$

Odp.: A

Zadanie 2.
Dla uproszczenia zadania przyjmijmy, że kwota, jaką dysponujemy na początku, to 1000 zł. Korzystamy ze wzoru na procent składany i otrzymujemy, że po 7 latach ciągłego trwania lokaty na koncie będziemy mieć

$$K_7=1000\cdot\left(1+\frac{7}{100}\right)^7\approx 1605{,}78$$

Układamy proporcję, aby dowiedzieć się, jakim procentem liczby 1000 jest 1605,78:

1000 — 100%
1605,78 — p%

$1000p = 160578$
$p = 160{,}578 \approx 161\%$

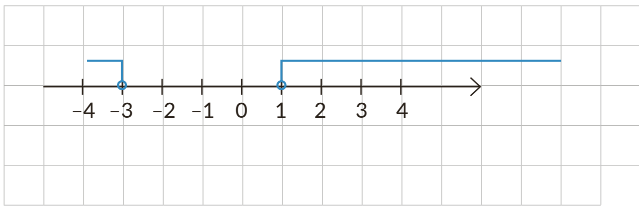
Odp.: B

Zadanie 3.
Rozwiązujemy nierówność $|x+1|>2$

$x+1>2$ lub $x+1<-2$

$x>1$ lub $x<-3$

Rozwiązanie prezentujemy na osi liczbowej i wybieramy właściwą odpowiedź.



Odp.: D

Zadanie 4.
Rozpisujemy liczbę daną w zadaniu, wyciągając przed nawias najmniejszą z potęg

$$-9^{98}-9^{99}+2\cdot 9^{100}=9^{98}\left(-1-9+2\cdot 9^2\right)=9^{98}\left(-10+162\right)=9^{98}\cdot 152=9^{98}\cdot 8\cdot 19$$

Widzimy zatem, że podana liczba dzieli się na pewno przez 9, 8, 19. Skoro jest podzielna przez 8, to jest również podzielna przez 2.

Dana liczba nie jest podzielna przez 16, bo w jej rozkładzie na czynniki pierwsze nie występuje 2^4 ($9^{98} \cdot 8 \cdot 19 = 3^{196} \cdot 2^3 \cdot 19$)

Odp.: D

Zadanie 5.1.
Odczytujemy z wykresu interesujące nas dane.

Siła f, która potrzebna jest do wydłużenia sprężyny o 5 dm, jest równa 5N. Zatem pierwsze zdanie jest fałszywe.
Siła f, która powoduje wydłużenie sprężyny o 1 dm, jest równa 1N. Drugie zdanie jest prawdziwe.

Odp.: F, P

Zadanie 5.2.
Funkcja k jest funkcją liniową, zatem jej wykresem jest prosta o równaniu $k = af + b$.
Prosta ta przecina oś y w punkcie (0,5), stąd $b = 5$.

Wiemy, że do wykresu funkcji należy punkt (5,10), więc $10 = 5a + 5$.
Stąd
$5a = 5$
$a = 1$

Odp.: Wzór funkcji ma postać $k(f) = f + 5$

Zadanie 6.
Korzystając z tego, że podane są miejsca zerowe funkcji, zapisujemy jej wzór w postaci iloczynowej:
$y = a(x - 1)(x - 4)$.

Wiemy, że do wykresu funkcji należy punkt (0,4)
Stąd
$4 = a \cdot (0 - 1)(0 - 4)$
$4 = 4a$
$a = 1$

Mamy więc $y = (x - 1)(x - 4) = x^2 - 5x + 4$

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

$q = f(p) = (2{,}5)^2 - 5 \cdot 2{,}5 + 4 = 6{,}25 - 12{,}5 + 4 = -2{,}25$

Postać kanoniczna funkcji wygląda następująco: $y = (x - 2{,}5)^2 - 2{,}25$

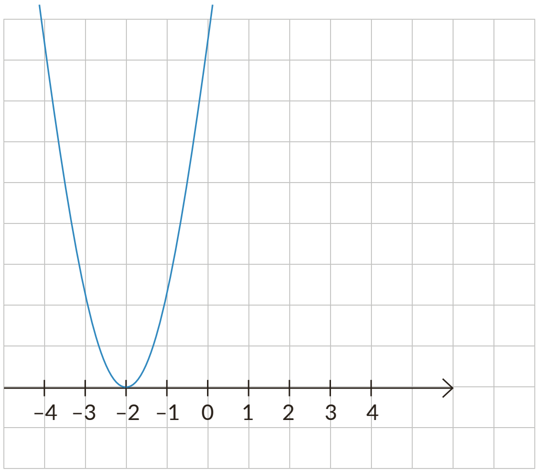
Odp.: C

Zadanie 7.
Rozwiązujemy nierówność $x^2 + 4x + 4 > 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$

$x_o = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$

Rozwiązanie zaznaczamy na osi liczbowej:



Odczytujemy przedział rozwiązań tej nierówności
$x \in (-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$.

Zauważmy że przedział rozwiązania tej nierówności można zapisać również jako
$\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ lub $\mathbb{R} \cap [(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)]$

Zbiór $\{-2\} \cap \{-2, 3, 4\} = \{-2\}$ nie jest rozwiązaniem tej nierówności.

Odp.: D

Zadanie 8.
Wiemy, że funkcja liniowa jest rosnąca, gdy jej współczynnik kierunkowy $a > 0$. U nas $a = m - \sqrt{5}$.

Rozwiązujemy więc nierówność

$m - \sqrt{5} > 0$

$m > \sqrt{5}$

$m \in (\sqrt{5}, +\infty)$

Odp.: A

Zadanie 9.
Proste równoległe mają ten sam współczynnik kierunkowy, zatem $y = 3x + 102$ to wzór funkcji g.

Odp.: C, 1

Zadanie 10.
Wielkości są odwrotnie proporcjonalne, gdy ich iloczyn jest stały.
W tabeli D $6 \cdot 6 = 4 \cdot 9 = -3 \cdot (-12) = 36$

Odp.: D

Zadanie 11.
Dany jest ciąg $a_n = 3n^2 + 5n - 6$. Obliczmy wskazane w zadaniu wyrazy:

$a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 6 = 3 + 5 - 6 = 2$

$a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 = 12 + 10 - 6 = 16$

$a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4 - 6 = 48 + 20 - 6 = 62$

Liczymy średnią arytmetyczną tych wyrazów: $\frac{2 + 16 + 62}{3} = \frac{80}{3}$.

Odp.: A

Zadanie 12.
Dany jest ciąg $a_n = -n^2 + 3n - 2$. Aby odpowiedzieć na pytanie, ile jego wyrazów jest zerowych, należy rozwiązać równość $-n^2 + 3n - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) = 9 - 8 = 1$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-1}{-2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+1}{-2} = 1$$

Odp.: B

Zadanie 13.
Dany jest ciąg o wyrazie $a_n = \frac{4n+5}{2}$.

Obliczmy, ile wynosi wyraz a_{n+1}

$$a_{n+1} = \frac{4(n+1)+5}{2} = \frac{4n+9}{2}$$

Sprawdźmy, czy ciąg ten jest arytmetyczny:

$a_{n+1} - a_n = \frac{4n+9}{2} - \frac{4n+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ ciąg jest arytmetyczny, ponieważ wartość $a_{n+1} - a_n$ jest stała, nie zależy od n.

Odp.: C, 1

Zadanie 14.
To zadanie rozwiążemy metodą prób i błędów.

Wiemy, że 90° to największy kąt danego trójkąta.
Jeśli przyjmiemy, że poprawna jest odpowiedź A, to wówczas średni kąt miałby 30°, a co za tym idzie najmniejszy miałby 180° – 90° – 30° = 60°. Jednak 60° w zestawieniu 90°, 30°, 60° nie jest najmniejszym kątem, więc odpowiedź A jest niepoprawna.

Sprawdźmy zatem odpowiedź B: Najmniejszy kąt miałby 180° – 90° – 60° = 30°. Liczby 90°, 60°, 30° tworzą ciąg arytmetyczny o sumie 180°, więc ta odpowiedź jest poprawna.

Odp.: B

Zadanie 15.

$\log_2\sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ oraz $\log_2\sqrt{32} = \log_2\sqrt{2^5} = \log_2 2^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$

Wiemy, że $\log_2\sqrt{2} = \frac{1}{2}$ oraz $\log_2\sqrt{32} = \frac{5}{2}$ Obliczamy q, czyli: $q = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{1} = 5$

Odp.: D

Zadanie 16.
Sprawdźmy, czy tożsamością trygonometryczną jest równość: $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 2\cos\alpha\sin\alpha = 1$

Skorzystajmy ze wzoru skróconego mnożenia na kwadrat sumy i ze wzoru na jedynkę trygonometryczną:

$$L = \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$P = 1$
$L = P$

Podana równość jest tożsamością trygonometryczną. Pierwsze zdanie jest więc prawdziwe.

Sprawdźmy, czy tożsamością trygonometryczną jest równość: $(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)=\sin^2\alpha$
W tym celu skorzystamy ze wzoru na różnicę kwadratów i ze wzoru na jedynkę trygonometryczną.

$L = 1-\cos^2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$

$P = \sin^2\alpha$
$L = P$

Podana równość jest tożsamością trygonometryczną. Drugie zdanie jest zatem fałszywe.

Odp.: P, F

Zadanie 17.
Obliczmy, korzystając ze wzoru na jedynkę trygonometryczną, wartość $\cos\alpha$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - \frac{9}{16}$

$\cos^2\alpha = \frac{7}{16}$

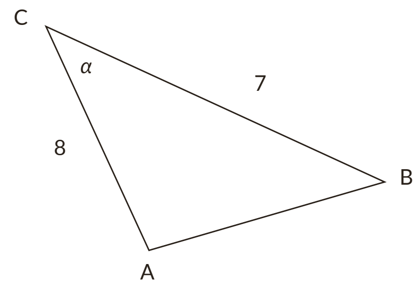
$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ lub $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$

Odrzucamy odpowiedź $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$, ponieważ α jest kątem rozwartym.

Obliczmy tgα, korzystając ze wzoru $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$$tg\alpha = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{\sqrt{7}}{4}} = -\frac{3}{\sqrt{7}} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$$

Zadanie 18.
Zacznijmy od wykonania rysunku pomocniczego, zawierającego dane z zadania.



Aby obliczyć, ile wynosi α, skorzystamy ze wzoru na pole trójkąta

$P = \frac{1}{2}ab\sin\alpha$

Do tego wzoru wstawiamy dane z zadania i otrzymujemy równanie:

$14 = \frac{1}{2}\cdot 8 \cdot 7 \cdot \sin\alpha$

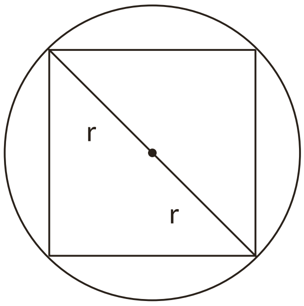
$14 = 28\sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{1}{2}$

Odczytujemy z tablic, dla jakiego kąta α zachodzi powyższa równość: $\alpha = 30°$.

Odp.: A

Zadanie 19.
Zadanie rozpoczynamy od sporządzenia rysunku pomocniczego



Wiemy, że obwód okręgu to 4π. Korzystając z tej wiadomości, możemy obliczyć promień okręgu:

$2\pi r = 4\pi$
$r = 2$

Do obliczenia pola kwadratu potrzebujemy znać długość jego przekątnej.
Z rysunku możemy zauważyć, że wynosi ona $2r$, czyli 4.

$$P = \frac{1}{2}d^2 = \frac{1}{2}\cdot 16 = 8$$

Odp.: C

Zadanie 20.
Obliczmy długość odcinka $|AB|$: $|AB| = \sqrt{(10-2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

Obliczmy pole trójkąta równobocznego: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{10^2\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$

Odp.: D

Zadanie 21.
Wypiszmy wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia losowego:

Ω = {rrr,ooo,roo,oro,oor,rro,ror,orr}

Wypiszmy wyniki sprzyjające zdarzeniu A – orzeł wypadnie więcej razy niż reszka

A = {ooo,oor,roo,oro}

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe ilorazowi liczebności zbioru A i liczebności zbioru Ω.

Stąd $P(A) = \frac{4}{8} = 0{,}5$

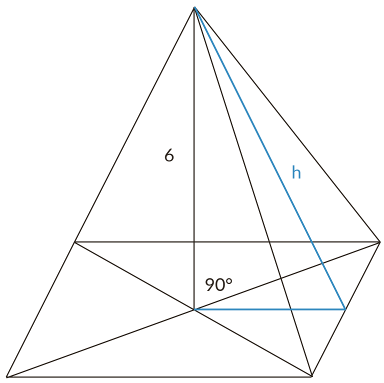
Odp.: D

Zadanie 22.
Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa opisanego w zadaniu można policzyć ze wzoru

$$P_c = a^2 + 4\cdot\frac{1}{2}ah,$$

gdzie a, h to odpowiednio długość krawędzi podstawy i wysokość ściany bocznej ostrosłupa.

Wykonajmy rysunek pomocniczy:



Zacznijmy od policzenia krawędzi podstawy. Wiemy, że $d = a\sqrt{2}$,

więc u nas $6 = a\sqrt{2}$. Stąd $a = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

Odcinek łączący spodek wysokości ostrosłupa ze środkiem krawędzi podstawy będzie miał więc długość $1{,}5\sqrt{2}$.

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, obliczamy *h*:

$(1{,}5\sqrt{2})^2 + 6^2 = h^2$

$4{,}5 + 36 = h^2$

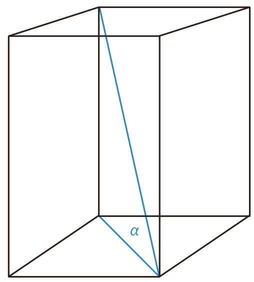
$h = \sqrt{40{,}5}$

Liczymy $P_c = (3\sqrt{2})^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{40{,}5} = 18 + 6\sqrt{81} = 18 + 54 = 72$

Odp.: A, 2

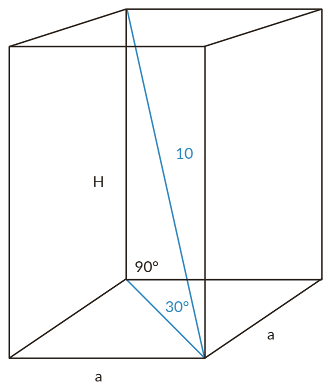
Zadanie 23.1.
Wybieramy rysunek, na którym zaznaczono kąt między przekątną całego graniastosłupa a przekątną podstawy:

B.



Odp.: B

Zadanie 23.2.
Rozwiązywanie zadania rozpoczynamy od wykonania rysunku pomocniczego:



Korzystając z definicji funkcji sinus, obliczamy wysokość prostopadłościanu H

$\sin 30° = \frac{H}{10}$

$\frac{1}{2} = \frac{H}{10}$

$2H = 10$

$H = 5$

Obliczamy przekątną podstawy, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$d^2 + 5^2 = 10^2$

$d^2 + 25 = 100$

$d^2 = 75$

$d = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

Wiemy, że przekątna w kwadracie ma długość $a\sqrt{2}$, zatem korzystając z tego faktu i powyższego wyniku, otrzymujemy:

$a\sqrt{2} = 5\sqrt{3}$

$$a=\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{6}}{2}$$

Obliczamy pole całkowite i objętość:

$$P_c=2a^2+4aH=2\cdot\left(\frac{5\sqrt{6}}{2}\right)^2+4\cdot\frac{5\sqrt{6}}{2}\cdot5=2\cdot\frac{150}{4}+\frac{100\sqrt{6}}{2}=75+50\sqrt{6}$$

$$V=a^2H=\left(\frac{5\sqrt{6}}{2}\right)^2\cdot5=\frac{150}{4}\cdot5=187{,}5$$

Odp.: Pole całkowite bryły jest równe $\left(75+50\sqrt{6}\right)$ cm^2, a jej objętość wynosi 187,5 cm^3.

Zadanie 24.
Zauważmy, że mamy tutaj do czynienia z funkcją kwadratową. W zadaniu pytają nas o jej największą wartość. Stąd naszym zadaniem będzie policzenie współrzędnych wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji *h*.

$$p=\frac{-b}{2a}=\frac{-16}{\frac{-16}{10}}=16\cdot\frac{10}{16}=10$$

$$q=h\,(p)=16\cdot10-\frac{8}{10}\cdot100=160-80=80$$

Uzupełniamy zdanie:
Tartak jest otwierany codziennie o godzinie 6.00. Najwięcej drewna sprzedaje się w nim o godzinie **16.00**. Ilość sprzedanego o tej porze drewna jest równa **80 ton**.

Zadanie 25.
Rozwiązujemy równanie metodą grupowania wyrazów:

$x^2\,(x+1)-5(x+1)=0$

$(x+1)\cdot(x^2-5)=0$

$(x+1)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})=0$

Iloczyn jest równy zero, kiedy jeden z jego czynników jest zerem. A więc:

$x+1=0$ lub $x-\sqrt{5}=0$ lub $x+\sqrt{5}=0$

Stąd

$x=-1$ lub $x=\sqrt{5}$ lub $x=-\sqrt{5}$

Zadanie 26.1.
Na podstawie twierdzenia Talesa układamy proporcję i rozwiązujemy ją:

$$\frac{x+5}{8}=\frac{6}{4}$$

$4(x+5)=48$
$4x+20=48$
$4x=28$
$x=7$

Zadanie 26.2.
Zauważmy, że trójkąty *ACB* i *AED* są podobne na mocy cechy kąt–kąt–kąt. Stąd kąt *CBA* ma miarę równą 120°.
Oznaczmy $|CB|=m$

Korzystamy z twierdzenia cosinusów i mamy, że:

$20^2 = 10^2 + m^2 - 2 \cdot 10 \cdot m \cdot \cos 120°$

$400 = 100 + m^2 - 20m \cdot \cos(90° + 30°)$

$400 = 100 + m^2 + 20m \cdot \sin(30°)$

$400 = 100 + m^2 + 20m \cdot \frac{1}{2}$

$400 = 100 + m^2 + 10m$

$m^2 + 10m - 300 = 0$

$\Delta = 100 + 4 \cdot 300 = 100 + 1200 = 1300$

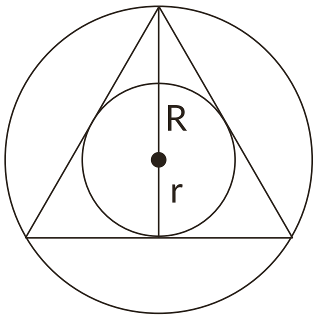
$m_1 = \frac{-10 - 10\sqrt{13}}{2}$ odrzucamy to rozwiązanie, ponieważ długość boku nie może być liczbą ujemną.

$m_2 = \frac{-10 + 10\sqrt{13}}{2} = 5\sqrt{13} - 5$

Odp.: Długość odcinka *CB* wynosi $5\sqrt{13} - 5$

Zadanie 27.

Sporządźmy rysunek pomocniczy.



Przyjmujemy, że promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny ma długość *r* a promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość *R*.

Wiemy, że $r = \frac{1}{3}h$ oraz $R = \frac{2}{3}h$, gdzie *h* to wysokość trójkąta równobocznego.

Obliczamy pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny:

$P_1 = \pi r^2 = \pi\left(\frac{1}{3}h\right)^2 = \pi\frac{1}{9}h^2$

Obliczamy pole koła opisanego na trójkącie równobocznym:

$P_2 = \pi R^2 = \pi\left(\frac{2}{3}h\right)^2 = \pi\frac{4}{9}h^2$

Układamy stosunek pola koła opisanego na trójkącie równobocznym do pola koła wpisanego w ten trójkąt i przedstawiamy go w najprostszej postaci:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\pi\frac{4}{9}h^2}{\pi\frac{1}{9}h^2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{1} = 4$$

ckd.

Zadanie 28.1.

Obliczamy, jaką część stanowiły ówcześnie rynki pieniężne:

100% – 38% – 40% – 13% = 9%

Dzielimy udział rynków pieniężnych po równo na 3 kategorie:

9 : 3 = 3

Udział ubezpieczeń międzynarodowych zwiększamy o 3 punkty procentowe:
$13 + 3 = 16$

$$16\% = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$

Odp.: B

Zadanie 28.2.
38% z $134000000 = 0{,}38 \cdot 134000000 = 50920000$

Odp.: Przed dokonaniem operacji redukcji aktywa były równe 50920000 zł.

Zadanie 28.3.
Układamy proporcję i rozwiązujemy ją

43% — 100%
40% — $p\%$

$43p = 4000$
$p = 93\%$

Odp.: Obligacje z 2021 roku stanowią 93% obligacji z roku 2022.

Zadanie 29.
Zadanie zacznijmy od wykonania rysunku pomocniczego.
Mamy do dyspozycji 560 m siatki, więc $2x + y = 560$, skąd
$y = 560 - 2x$

Pole parkingu jest równe xy. Chcemy je zapisać jako funkcję jednej zmiennej, dlatego w miejsce y podstawiamy zależność wyznaczoną wcześniej $(560 - 2x)$.
Mamy $f(x) = x(560 - 2x) = 560x - 2x^2$
Jest to funkcja kwadratowa. Obliczmy jej p (pierwszą współrzędną wierzchołka jej wykresu), aby dowiedzieć się, kiedy długość boku x jest największa.

Dziedzina: $x > 0$ oraz $y > 0$, ale $y = 560 - 2x$, więc $560 - 2x > 0$
$-2x > -560$
$x < 280$

Warunki $x > 0$ oraz $y > 0$ muszą zachodzić jednocześnie, zatem dziedzina naszej funkcji to D = (0,280).

$$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-560}{-4} = 140$$

Zatem $x = 140$.

Obliczmy też, jaka powinna być długość y:

$$y = 560 - 2 \cdot 140 = 560 - 280 = 280$$

Pole parkingu będzie równe $280 \cdot 140 = 39200$ m^2.

Odp.: Wymiary największego parkingu to 140 m x 280 m. Pole tego parkingu jest równe 39200 m^2.