KLUCZ

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
1.	C, E	**2 pkt** – wybranie dwóch poprawnych odpowiedzi: C i E. **1 pkt** – wybranie jednej lub dwóch odpowiedzi, z których jedna jest poprawna: C albo E. **0 pkt** – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.
2.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
3.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
4.1.	7,56 zł	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
4.2.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
4.3.	10 razy	**3 pkt** – podanie odpowiedzi: 10 razy. **2 pkt** – ułożenie układu równań: $\begin{cases} x+y=17 \\ 8(4{,}5x+5{,}4y)=662{,}4 \end{cases}$ **1 pkt** – ustalenie ceny benzyny po pierwszej podwyżce: 5,4 zł. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi. **Uwaga 1.** Jeżeli zdający pominął 8, zapisując równanie 4,5x + 5,4y = 662,4, lub pominął fakt, że jadąc na działkę i wracając, państwo Wiśniewscy pokonują każdorazowo 100 km, to może otrzymać maksymalnie 2 punkty. **Uwaga 2.** Jeżeli zdający błędnie wyznaczył cenę benzyny po pierwszej podwyżce, to może otrzymać maksymalnie 2 punkty
5.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
6.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
7.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
8.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
9.		**2 pkt** – rozważenie obu przypadków, tj. wykazanie, że liczby postaci $(3k+1)^2-1$ i $(3k+2)^2-1$ są podzielne przez 3. **1 pkt** – rozważenie jednego przypadku, tj. wykazanie, że liczba postaci $(3k+1)^2-1$ lub $(3k+2)^2-1$ jest podzielna przez 3. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
10.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
11.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
12.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
13.1.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
13.2.	$\frac{1}{2}$	**3 pkt** – wyznaczenie średniej arytmetycznej: $\frac{1}{2}$. **2 pkt** – wyznaczenie liczb całkowitych spełniających nierówność: $-1, 0, 1, 2$. **1 pkt** – wyznaczenie miejsc zerowych funkcji f: $x_1 = -1$, $x_2 = 2{,}5$. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
14.1.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
14.2.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
15.	F, P	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
16.	$a_n = 16 - 2n$, $n \in N_+$	**3 pkt** – podanie wzoru ogólnego ciągu $a_n = 16 - 2n$ lub $a_n = 14 - 2(n-1)$. **2 pkt** – wyznaczenie $a_1 = 14$ i różnicy ciągu arytmetycznego: $r = -2$. **1 pkt** – obliczenie $b_1 = 6$ i $b_2 = 12$. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
17.	F, P	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
18.1.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
18.2.	P, F	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
19.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
20.	6	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
21.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
22.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
23.	$(-4, 3)$	**4 pkt** – podanie odpowiedzi: $(-4, 3)$. **3 pkt** – podanie odpowiedzi: $m : y = -x - 1$. **2 pkt** – wyznaczenie równania współczynnika kierunkowego prostej m: $a_m = -1$ i zapisanie środka okręgu O: $(-3, 2)$. **1 pkt** – wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej m: $a_m = -1$ lub zapisanie środka okręgu O: $(-3, 2)$. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
24.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
25.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
26.1.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
26.2.	G	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
27.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
28.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
29.	B, 1	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

ROZWIĄZANIA

Zadanie 1.
Wykonujemy obliczenia:

A. $\frac{2}{3}\cdot 0,(3)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$ nie jest to liczba naturalna

B. $\log_4 2 = x$ wtedy, gdy $4^x = 2$, więc $\log_4 2=\frac{1}{2}$ nie jest to liczba naturalna

C. $(-3)^0 = 1$ jest to liczba naturalna

D. $5 - 2 \cdot 3 = 5 - 6 = -1$ nie jest to liczba naturalna

E. $\sqrt{3}\cdot 27^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}=\sqrt{81}=9$ jest to liczba naturalna

F. $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)^{-1}=\left(\frac{3}{12}-\frac{4}{12}\right)^{-1}=\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}=-12$ nie jest to liczba naturalna

Odp.: C, E

Zadanie 2.
Sprawdzamy wszystkie odpowiedzi:

A. dla $x = -4$ mamy $|-4 + 3| = |-1| = 1 \leq 1$

B. dla $x = -1$ mamy $|-1 + 3| = |2| = 2$ nie jest to liczba mniejsza bądź równa 1, więc $x = -1$ nie spełnia nierówności $|x + 3| \leq 1$

C. dla $x = -3$ mamy $|-3 + 3| = |0| = 0 \leq 1$

D. dla $x = -2$ mamy $|-2 + 3| = |1| = 1 \leq 1$

Odp.: B

Zadanie 3.
Przypomnijmy, że dla $a > 1$ i $x < y$ spełniona jest nierówność $a^x < a^y$. Natomiast gdy $a \in (0, 1)$, to $a^x > a^y$ dla $x < y$.

A. $5^{\frac{1}{2}} < 5^{\frac{1}{3}}$: $a = 5 > 1$ i $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$, więc nierówność nie jest prawdziwa.

B. $5^3 < 5^\pi$: $a = 5 > 1$ i $3 < \pi$, więc nierówność jest prawdziwa.

C. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} < \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$: $a = \frac{1}{5} < 1$ i $-2 < -1$, więc nierówność nie jest prawdziwa.

D. $\left(\frac{1}{5}\right)^{2\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{3}$: $a = \frac{1}{5} < 1$ i $2\sqrt{2} = \sqrt{8} < \sqrt{9} = 3$, więc nierówność nie jest prawdziwa.

Odp.: B

Zadanie 4.1.
Cena po pierwszej podwyżce: $1{,}2 \cdot 4{,}5 = 5{,}4$ zł.
Cena po drugiej podwyżce: $1{,}4 \cdot 5{,}4 = 7{,}56$ zł.
Można też policzyć cenę benzyny w kwietniu, wykonując jedno mnożenie: $1{,}2 \cdot 1{,}4 \cdot 4{,}5 = 7{,}56$ zł.

Odp.: Cena benzyny pod koniec kwietnia wynosiła 7,56zł za litr.

Zadanie 4.2.
Możemy korzystać z proporcji:
4,5 – 100%
7,56 – x%

Mamy więc, że $x = \frac{756}{4{,}5} = 168\%$. Zatem cena wzrosła o 68%.

Można też wykonać mnożenie $1{,}2 \cdot 1{,}4 = 1{,}68$.

Odp.: A

Zadanie 4.3.
Przyjmijmy oznaczenia: x – liczba wyjazdów na działkę przed pierwszą podwyżką, y – liczba wyjazdów na działkę po pierwszej podwyżce.

Z rozwiązania zadania 4.1 wiemy już, że cena benzyny po pierwszej podwyżce jest równa 5,4 zł. Jadąc i wracając z działki, p. Wiśniewscy pokonują 100 km, czyli spalają 8 l benzyny.

Mamy więc układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 8(4{,}5x + 5{,}4y) = 662{,}4 \quad |:8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 17 - y \\ 4{,}5 \cdot (17 - y) + 5{,}4y = 82{,}8 \end{cases}$$

Rozwiązujemy drugie równanie:

$76{,}5 - 4{,}5y + 5{,}4y = 82{,}8$
$0{,}9y = 6{,}3$
$y = 7$

Zatem $x = 17 - 7 = 10$.

Odp.: Państwo Wiśniewscy przed pierwszą podwyżką cen benzyny byli na działce 10 razy.

Zadanie 5.
Mamy przedział o końcach $-\frac{1}{2}$ i 5. Liczba $-\frac{1}{2}$ nie należy do tego przedziału (co oznaczamy „pustym kółeczkiem"), a liczba 5 należy (zatem mamy „zamalowane kółeczko").

Odp.: C

Zadanie 6.

$$\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=2-2\sqrt{2}+1-\left(2-1\right)=3-2\sqrt{2}-1=2-2\sqrt{2}$$

Odp.: C

Zadanie 7.
Wyrażenie $w(x) = (x^2 + 1)(x - 2) = x^3 - 2x^2 + x - 2$.

Mamy więc współczynniki $a_3 = 1$, $a_2 = -2$, $a_1 = 1$ i $a_0 = -2$.

Zatem $1 - 2 + 1 - 2 = -2$.

Można też pamiętać, że suma współczynników wielomianu to wartość wielomianu dla argumentu $x = 1$:
$w(1) = (1^1 + 1)(1 - 2) = 2 \cdot (-1) = -2$.

Odp.: D

Zadanie 8.
Dziedziną wyrażenia $\frac{x+5}{x-2}:\frac{x-8}{x+7}$ jest zbiór $R \setminus \{2,8,-7\}$ – musimy pilnować, żeby w mianowniku nie pojawiło się 0 oraz żeby wyrażenie $\frac{x-8}{x+7}$ było różne od 0.

Zatem $x = -5$ należy do dziedziny rozważanego wyrażenia, jest też miejscem zerowym funkcji

$f(x) = \frac{x+5}{x-2}:\frac{x-8}{x+7}$.

Odp.: A

Zadanie 9.
Każdą liczbę całkowitą x, która nie jest podzielna przez 3, można zapisać w postaci $3k + 1$ lub $3k + 2$, gdzie k jest liczbą całkowitą. Rozważmy więc dwa przypadki:

- $x^2 - 1 = (3k + 1)^2 - 1 = 9k^2 + 6k + 1 - 1 = 9k^2 + 6k = 3(3k^2 + 2k)$
- $x^2 - 1 = (3k + 2)^2 - 1 = 9k^2 + 12k + 4 - 1 = 9k^2 + 12k + 3 = 3(3k^2 + 4k + 1)$

Skoro liczby $3k^2 + 2k$ i $3k^2 + 4k + 1$ są całkowite, to liczba $x^2 - 1$ jest w każdym przypadku podzielna przez 3.

Zadanie 10.
Korzystamy ze wzoru na różnicę logarytmów: $\log_5 250 - \log_5 2 = \log_5 125 = x$. Z definicji logarytmu wiemy, że $\log_5 125 = x$ wtedy i tylko wtedy, gdy $5^x = 125$. Stąd $x = 3$.

Odp.: C

Zadanie 11.
$(x^2 + 3)(x^2 - 5)(x - 7) = 0$ Wiemy więc, że $x^2 + 3 = 0$ (jest to równanie sprzeczne) lub $x^2 - 5 = 0$ (równanie to ma dwa rozwiązania $x = \sqrt{5}$ i $x = -\sqrt{5}$) lub $x - 7 = 0$ (równanie ma jedno rozwiązanie $x = 7$).

Zatem równanie $(x^2 + 3)(x^2 - 5)(x - 7) = 0$ ma trzy rozwiązania: $x = \sqrt{5}$, $x = -\sqrt{5}$ i $x = 7$. Iloczyn tych liczb jest równy -35.

Odp.: D

Zadanie 12.
Z rysunku widzimy, że punkt przecięcia wykresu funkcji f z osią OY jest równy $(0, 2)$. Stąd $b = 2$. Mamy więc równanie $y = ax + 2$. Skoro punkt $(3, 4)$ należy do wykresu funkcji f, to spełnione jest równanie:

$4 = 3a + 2$

$2 = 3a$

$a = \frac{2}{3}$

Odp.: A

Zadanie 13.1.
Wystarczy skorzystać ze wzorów:

$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5 = 9 + 40 = 49$

$q = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-49}{-8} = \frac{49}{8}$

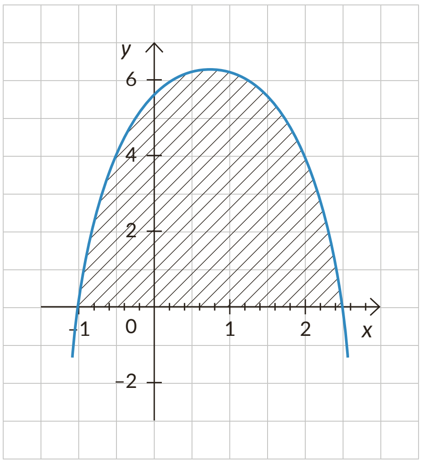
Współrzędne wierzchołka to $\left(\frac{3}{4}, \frac{49}{8}\right)$.

Odp.: B

Zadanie 13.2.
W rozwiązaniu zadania 13.1 policzyliśmy już wyróżnik Δ. Pozostaje policzyć miejsca zerowe:

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7, \quad x_1 = \frac{-3-7}{-4} = \frac{-10}{-4} = 2{,}5$ i $\frac{-3+7}{-4} = -1.$

Następnie szkicujemy parabolę, będącą wykresem funkcji f:



Zatem rozwiązaniem nierówności $f(x) \geq 0$ jest przedział $\langle -1; 2,5 \rangle$.
Do tego przedziału należą cztery liczby całkowite: $-1, 0, 1, 2$.

Odp.: Średnia arytmetyczna tych liczb jest równa $\frac{-1+0+1+2}{4} = \frac{1}{2}$.

Zadanie 14.1.
Skoro kapitał początkowy podwoi się po 7 latach to możemy ułożyć następujące równanie:

$2K_0 = K_0 a^{0,1 \cdot 7}$

Mamy więc:
$2 = a^{0,7}$.

Nie umiemy rozwiązać tego równania z wykorzystaniem kalkulatora prostego. Zaczynamy od podniesienia równania stronami do 10 potęgi. Szukamy więc rozwiązań równania: $2^{10} = a^7$. Sprawdzamy krańce przedziałów podanych w odpowiedziach:

- $2^{10} = 1024 > 128 = 2^7$
- $2^{10} = 1024 > 610 \approx 2,5^7$
- $2^{10} = 1024 < 2187 = 3^7$

Zatem $a \in (2,5; 3)$.

Odp.: B

Zadanie 14.2.
Wzrost kapitału jest wykładniczy. Mamy więc wykresy B. lub D. Szukamy wykresu, na którym zaznaczono kapitał początkowy K_0 – jest równy 100. Dlatego wybieramy odpowiedź B.

Odp.: B

Zadanie 15.
Korzystając ze wzoru $a_n = a_1 + (n-1)r$, mamy:

$a_{12} = 5 + 11 \cdot (-2) = 5 - 22 = -17 \neq -19$

Pierwsze zdanie jest fałszywe.

Korzystamy ze wzoru $S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$.

$S_{12} = \frac{2 \cdot 5 + 11 \cdot (-2)}{2} \cdot 12 = \frac{10-22}{2} \cdot 12 = \frac{-12}{2} \cdot 12 = -6 \cdot 12 = -72.$

Drugie zdanie jest prawdziwe.

Odp.: F, P

Zadanie 16.
Zaczynamy od wyznaczenia dwóch pierwszych wyrazów ciągu $b_n = 3 \cdot 2^n$.

$b_1 = 3 \cdot 2 = 6$ i $b_2 = 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$.

Z treści zadania wiemy, że dla rozważanego ciągu arytmetycznego a_n mamy: $a_5 = 6$ i $a_2 = 12$. Musimy ustalić różnicę r oraz a_1. Rozwiązujemy układ:

$$\begin{cases} 12 = a_1 + r \\ 6 = a_1 + 4r \end{cases}$$

Odejmując równania stronami, mamy $6 = -3r$, stąd $r = -2$.

Zatem $12 = a_1 - 2$, skąd $a_1 = 14$.

Zatem wzór ogólny to:
$a_n = 14 - 2(n - 1) = 14 - 2n + 2 = 16 - 2n$.

Odp.: $a_n = 16 - 2n$, $n \in N_+$

Zadanie 17.
Korzystamy ze wzorów:

$$\begin{cases} \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -2 \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\alpha = -2\cos\alpha \\ (-2\cos\alpha)^2 + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$$

Wiemy więc, że $5\cos^2\alpha = 1$, zatem $\cos^2\alpha = \frac{1}{5}$. Wynika stąd, że $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ lub $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Skoro α jest kątem rozwartym, to $\cos\alpha < 0$. Ostatecznie więc

$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. Zatem zdanie 1 jest fałszywe.

Zatem $\sin\alpha = -2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Stąd:

$\sin\alpha\cos\alpha = \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = -\frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 5} = -\frac{2}{5}$. Zatem zdanie 2 jest prawdziwe.

Odp.: F, P

Zadanie 18.1.
Trójkąt *AOB* jest trójkątem równoramiennym, którego ramiona mają długość 5. Miara kąta *AOB* jest równa 30° (jest to kąt środkowy oparty na tym samym łuku, co kąt wpisany *ACB*).

Korzystamy ze wzoru $P = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$.

$P=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5\cdot \sin 30^\circ=\frac{1}{2}\cdot 25\cdot \frac{1}{2}=\frac{25}{4}.$

Odp.: A

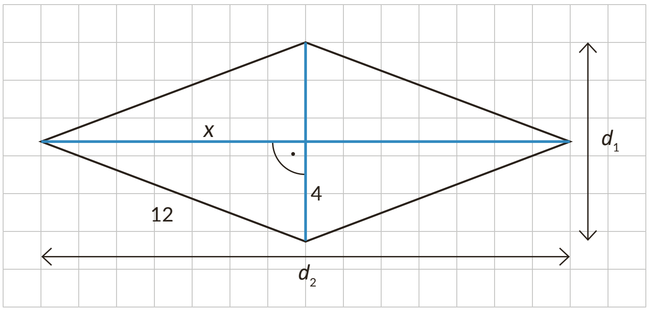
Zadanie 18.2.
Korzystamy z twierdzenia cosinusów dla trójkąta *AOB*:

$|AB|^2=5^2+5^2-2\cdot 5\cdot 5\cos 30^\circ=50-2\cdot 25\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}=50-25\sqrt{3}=25\left(2-\sqrt{3}\right).$

Średnica okręgu ma długość 10. Długość dowolnej cięciwy okręgu jest nie większa niż 10. Zatem $|AC| \le 10$.

Odp.: P, F

Zadanie 19.
Rysujemy rysunek pomocniczy.



Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa:

$x^2 + 4^2 = 12^2$

$x^2 = 144 - 16 = 128$

$x=8\sqrt{2}$

Skoro $d_2 = 2x$, to $d_2 = 16\sqrt{2}$.

Odp.: B

Zadanie 20.
Korzystamy z proporcji:

$\frac{2}{3}=\frac{2+2}{x}$

Zatem $2x = 12$, więc $x = 6$.

Odp.: Długość odcinka to $x = 6$.

Zadanie 21.
Zauważmy, że $|DB| = 7 - |AD|$. Z twierdzenia o dwusiecznej w trójkącie wiemy, że

$\frac{4,5}{|AD|}=\frac{6}{7-|AD|}.$

Zatem:

$4,5 \cdot (7 - |AD|) = 6|AD|$

$31,5 - 4,5|AD| = 6|AD|$

$31,5 = 10,5|AD|$

$|AD| = 3$

Odp.: C

Zadanie 22.
Obliczamy długość odcinka $|AB|$.

$$|AB| = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(5-(-1)\right)^2} = \sqrt{(-2)^2+6^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$$

Zatem promień rozważanego okręgu jest równy $\sqrt{10}$.

$P = \pi r^2 = 10\pi$

Odp.: A

Zadanie 23.
Środkiem okręgu O jest punkt $(-3, 2)$. Skoro prosta m jest prostopadła do k, to jej współczynnik kierunkowy a spełnia warunek $a \cdot 1 = -1$.

Zatem $a = -1$.

Równanie prostej m wyraża się więc wzorem: $y = -x + b$.

Skoro punkt $(-3, 2)$ należy do prostej będącej wykresem funkcji m, to $2 = -(-3) + b$.

Stąd $b = -1$ i równanie prostej m wyraża się wzorem $y = -x - 1$. Szukając punktu przecięcia prostych k i m, rozwiązujemy układ równań

$$\begin{cases} y = x+7 \\ y = -x-1 \end{cases}$$

Dodając równania stronami, otrzymujemy równanie $2y = 6$ i dalej $y = 3$. Skoro $3 = x + 7$, to $x = -4$. Zatem rozwiązaniem układu równań jest para

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases}$$

której graficznie odpowiada punkt $(-4, 3)$.

Odp.: Współrzędne punktu przecięcia to $(-4, 3)$.

Zadanie 24.
Skoro G_1 jest podobny do G_2 w skali $1 : 2$, to objętość graniastosłupa G_2 jest równa 2^3, czyli jest 8 razy większa niż objętość graniastosłupa G_1.

Zatem:

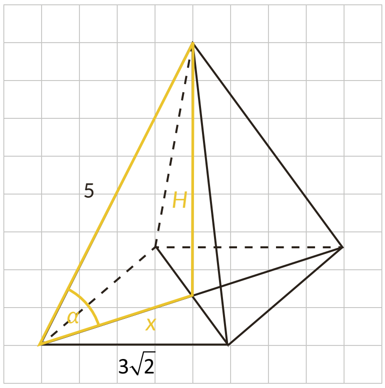
$V_{G_2} = 8 \cdot 7 = 56\ \text{cm}^3$.

Skoro $V_{G_2} = P_p \cdot H$,

to $56 = 14 \cdot H$ skąd $H = \frac{56}{14} = 4$.

Odp.: B

Zadanie 25.
Zaznaczamy na rysunku szukany kąt:



Podstawą ostrosłupa jest kwadrat, którego przekątna ma długość $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$. Zatem $x = 3$.

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa lub pamiętając długości boków trójkątów pitagorejskich, otrzymujemy, że $H = 4$.

Z definicji funkcji tangens obliczamy

$tg\alpha = \frac{H}{x} = \frac{4}{3}$.

Odp.: B

Zadanie 26.
Liczba czterocyfrowa jest parzysta, jeśli ostatnią cyfrą w jej zapisie dziesiętnym jest cyfra parzysta.

Zadanie 26.1.
Mamy więc układ:

$$\underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5}$$

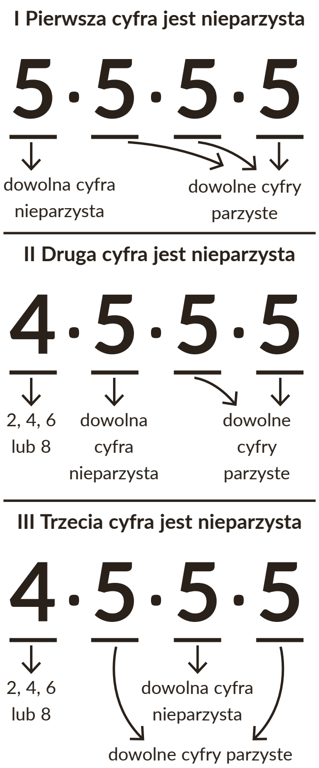
dowolne cyfry nieparzyste

dowolna cyfra parzysta

Stosując regułę mnożenia, otrzymujemy wynik $5^4 = 625$.

Odp.: A

Zadanie 26.2.
Rozpatrujemy trzy przypadki:



Zatem w pierwszym przypadku mamy 625 możliwości, a w pozostałych dwóch przypadkach po 500 możliwości. Stosując regułę dodawania, otrzymujemy wynik 1625.

Odp.: G

Zadanie 27.
Rzucając dwukrotnie symetryczną kostką sześcienną, mamy $|\Omega| = 36$ możliwości.

W naszym zadaniu najlepiej wypisać wszystkie możliwości i sprawdzić, dla których suma jest liczbą pierwszą:

$$\Omega = \begin{cases} (\underline{1,1})(\underline{1,2})(1,3)(\underline{1,4})(1,5)(\underline{1,6}) \\ (\underline{2,1})(2,2)(\underline{2,3})(2,4)(\underline{2,5})(2,6) \\ (3,1)(\underline{3,2})(3,3)(\underline{3,4})(3,5)(3,6) \\ (\underline{4,1})(4,2)(\underline{4,3})(4,4)(4,5)(4,6) \\ (5,1)(\underline{5,2})(5,3)(5,4)(5,5)(\underline{5,6}) \\ (\underline{6,1})(6,2)(6,3)(6,4)(\underline{6,5})(6,6) \end{cases}$$

Mamy zatem $|A| = 15$,

więc $P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Odp.: D

Zadanie 28.

Zauważmy, że bez względu na wielkość n, średnia arytmetyczna rozważanego zestawu jest równa:

$$\overline{x} = \frac{3\cdot(-1)+n\cdot 0+3\cdot 1}{3+n+3} = \frac{0}{n+6} = 0$$

Wariancja rozważanego zestawu jest więc równa

$$\sigma^2 = \frac{3\cdot(-1-0)^2+n\cdot(0-0)^2+3\cdot(1-0)^2}{n+6} = \frac{6}{n+6}.$$

Z treści zadania wiemy, że $\sigma^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$, skąd

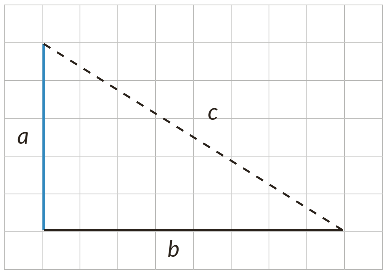
$$\frac{1}{2} = \frac{6}{n+6}.$$

Zatem $n+6=12$, skąd $n=6$.

Odp.: A

Zadanie 29.

Spójrzmy na rysunek pomocniczy:



Z treści zadania wiemy, że $a+b=20$, zatem $b=20-a$, $a\in(0, 20)$.
Z twierdzenia Pitagorasa wiemy, że

$$c^2 = a^2+(20-a)^2 = a^2+400-40a+a^2 = 2a^2-40a+400.$$

Jeśli znajdziemy wartość argumentu a, dla której wielkość c^2 będzie najmniejsza, to dla tego samego argumentu a najmniejsza będzie wielkość c. Dlatego szukamy wartości najmniejszej funkcji $f(a)=2a^2-40a+400$. Parabola będąca wykresem funkcji f ma ramiona skierowane w górę, więc przyjmuje wartość najmniejszą w wierzchołku. Musimy jedynie wskazać pierwszą współrzędną wierzchołka:

$$p = \frac{-(-40)}{2\cdot 2} = \frac{40}{4} = 10 \in (0,20).$$

Odp.: B, 1