KLUCZ

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
1.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
2.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
3.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
4.	A	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
5.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
6.1.	F, P	**1 pkt** – odpowiedź poprawna (obie odpowiedzi muszą być poprawne). **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
6.2.	$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
6.3.	$(-\infty,4\rangle$	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
7.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
8.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
9.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
10.	B, 2	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
11.1.	$x=0,\ x=1,\ x=2$	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
11.2.	3, 3	**1 pkt** – odpowiedź poprawna (podano obie liczby). **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
12.	F, P	**1 pkt** – odpowiedź poprawna (obie odpowiedzi muszą być poprawne). **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
13.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
14.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
15.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
16.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
17.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
18.	C, 2	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
19.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
20.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
21.	D	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
22.	B	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
23.	B, F	Zdający otrzymuje po **1 pkt** za każdą poprawną odpowiedź (wystarczy jedna poprawna odpowiedź, aby zdobyć **1 pkt**, 2 aby zdobyć **2 pkt**). **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
24.	0,25	**2 pkt** – za poprawne wyliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia opisanego w zadaniu. **1 pkt** – za poprawne podanie zbiorów Ω i A. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
25.1.	o 3 jednostki	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
25.2.	100000 razy	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
26.		**2 pkt** – za zauważenie, że $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ i stąd $\lvert AE\rvert = \frac{1}{2}\lvert AB\rvert$. **1 pkt** – za poprawne obliczenie miary kąta α. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
27.1.		**2 pkt** – za pełne udowodnienie, że ciąg jest geometryczny. **1 pkt** – za zapisanie ilorazu $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
27.2.	960	**1 pkt** – za poprawne obliczenie a_4. **0 pkt** – za całkowicie błędną odpowiedź lub jej brak.
28.1.	C	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
28.2.	$\sqrt{85}$	**1 pkt** – odpowiedź poprawna. **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi
29.	$P = 63\sqrt{3}$ $d = \sqrt{342}$	**po 1 pkt** za poprawne obliczenie wymienionych: a lub x, b lub h, y i pola trapezu. **0 pkt** – za błędne rozwiązanie lub jego brak.
30.1.	6400	**2 pkt** – za poprawne obliczenie liczby drożdży po 60 minutach. **1 pkt** – za prawidłowe obliczenie x (lub użycie go we wzorze funkcji). **0 pkt** – za błędne rozwiązanie lub jego brak.
30.2.	2^{26}	**2 pkt** – za poprawne obliczenie objętości drożdży po 60 minutach i przedstawienie tej liczby w postaci 2^a. **1 pkt** – za prawidłowe obliczenie x (lub użycie go we wzorze funkcji). **0 pkt** – za błędne rozwiązanie lub jego brak.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
31.		**2 pkt** – zapisanie długości przekątnej prostopadłościanu: $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ **1 pkt** – zapisanie kwadratu długości przekątnej podstawy: $x^2=a^2+b^2$ **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
32.	$P_c=4\pi\left(1+\sqrt{2}\right)$	**2 pkt** – poprawne obliczenie pola powierzchni całkowitej stożka $P_c=4\pi\left(1+\sqrt{2}\right)$ **1 pkt** – wyznaczenie długości promienia podstawy r = 2 oraz długości tworzącej $l=2\sqrt{2}$ **0 pkt** – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

ROZWIĄZANIA

Zadanie 1.
Przekształcamy wyrażenie przedstawione w zadaniu: $\frac{5^{16}:5^2\cdot 25^3}{5^8\cdot 125}=\frac{5^{14}\cdot 5^6}{5^8\cdot 5^3}=\frac{5^{20}}{5^{11}}=5^9=5^4\cdot 5^5$

Odp.: B

Zadanie 2.
Przekształcamy wyrażenie przedstawione w zadaniu:

$$\log\left(\left(\sqrt{10}\right)^2\cdot\left(\sqrt{10}\right)^4\cdot\left(\sqrt{10}\right)^8\right)=\log\left(\sqrt{10}\right)^{14}=\log\left(\left(10\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{14}=\log 10^7=7$$

Odp.: A

Zadanie 3.
Przyjmijmy, że x to cena samochodu przed obniżkami.
Cena po pierwszej obniżce była równa $x-5\%x=x-0{,}05x=0{,}95x$.
Cena po drugiej obniżce była równa: $0{,}95x-10\%\cdot 0{,}95x=0{,}95x-0{,}1\cdot 0{,}95x=0{,}95x-0{,}095x=0{,}855x$

Stąd $0{,}855x=54200$
$x=63391{,}81\approx 63392$

Odp.: C

Zadanie 4.

$x^2+4=0$ lub $\frac{3}{5}-\frac{1}{5}x=0$ lub $x-1=0$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

brak rozw. $x=3$ lub $x=1$

Odp.: A

Zadanie 5.
Układamy równanie, mając na uwadze, że punkt o współrzędnych (–3,0) należy do wykresu funkcji określonej w poleceniu zadania:

$0=(-3)^2-3b-3$ i rozwiązujemy je: $-3b=-6$ stąd $b = 2$

Odp.: C

Zadanie 6.1.
Wierzchołek paraboli przedstawionej na rysunku ma współrzędne W (0,4).
Wiemy, że $p = 0$
Oś symetrii paraboli to prosta $x = p$, więc u nas: $x = 0$
Pierwsze zdanie jest fałszywe.

Korzystając z tego, że znamy współrzędne wierzchołka paraboli, zapisujemy postać kanoniczną funkcji:
$y=a(x-0)^2+4$
$y=ax^2+4$
Do wykresu funkcji należy np. punkt P (2,0).

Podstawiamy jego współrzędne w miejsce zmiennych x, y:
$0=a\cdot 2^2+4$
$4a=-4$
$=-1$
Stąd wzór funkcji ma postać: $y=-x^2+4$.

Drugie zdanie jest prawdziwe.

Odp.: F, P

Zadanie 6.2.
Z wykresu funkcji odczytujemy przedział rozwiązań danej nierówności:
$x \in (-\infty,-2) \cup (2,+\infty)$

Zadanie 6.3.
Z wykresu funkcji odczytujemy jej zbiór wartości:
$Z_w = (-\infty,4\rangle$

Zadanie 7.
Nierówność mnożymy stronami przez 6 i otrzymujemy:

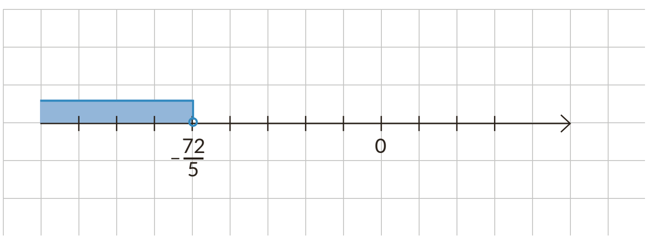
$-x-72>4x$

$-5x>72$

$x<-\frac{72}{5}$

Pamiętamy o zmianie znaku nierówności przy obustronnym mnożeniu jej przez liczbę ujemną.

Rozwiązanie nierówności przedstawiamy na osi liczbowej:



Odczytujemy zakreskowany przedział rozwiązania nierówności: $x \in \left(-\infty, -\frac{72}{5}\right)$

Odp.: D

Zadanie 8.
Wiemy, że istnieje wzór skróconego mnożenia: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
Do tego wzoru podstawiamy dane z zadania i otrzymujemy:
$28^2 = 394 + 2ab$

Stąd przekształcając:

$2ab = 784 - 394$
$2ab = 390$
$ab = 195$

Odp.: C

Zadanie 9.
Z warunku równoległości prostych współczynnik kierunkowy prostej l jest równy 3, zatem prosta l ma postać: $y = 3x + b$.
Prosta l przechodzi przez punkt $P(9, \sqrt{5})$, więc $\sqrt{5} = 3 \cdot 9 + b$

$$b = \sqrt{5} - 27$$

Równanie prostej l: $y = 3x + \sqrt{5} - 27$

Odp.: C

Zadanie 10.
Obliczmy miejsce zerowe funkcji f:

$0 = 3x - \frac{1}{3}$

$3x = \frac{1}{3}$

$x = \frac{1}{9}$

Miejscem zerowym funkcji g jest punkt o współrzędnych $\left(\frac{1}{9}, 0\right)$. Podstawiamy te współrzędne w miejsce x, y do wzoru funkcji g i otrzymujemy:

$0 = a \cdot \frac{1}{9} - 9$

$a \cdot \frac{1}{9} = 9$

$a = 81$

Wzór funkcji g ma postać: $y = 81x - 9$.

Odp.: B, 2

Zadanie 11.1.
Odczytujemy z wykresu:

$f(x) = -2$ dla $x \in \{0, 1, 2\}$

Zadanie 11.2.
Największa wartość funkcji w przedziale $\langle 0,3 \rangle$ jest równa **3**. Wartość tę funkcja przyjmuje dla argumentu równego **3**.

Zadanie 12.
Sprawdzamy poprawność pierwszego zdania:

Dla $x = 1$ wartość funkcji byłaby równa $2^{-1} = \frac{1}{2}$,

dla $x = 2$ wartość funkcji byłaby równa $2^{-2} = \frac{1}{4}$.

Punkty $\left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{4}\right)$ nie należą do wykresu funkcji przedstawionego na rysunku.

Zatem pierwsze zdanie jest fałszywe.

Drugie zdanie jest prawdziwe. Wykres funkcji zbliża się do osi x, ale nigdy jej nie przetnie.

Odp.: F, P

Zadanie 13.
Ze wzoru na n–ty wyraz ciągu arytmetycznego otrzymujemy, że:
$a_9 - a_5 = a_1 + 8r - (a_1 + 4r) = a_1 + 8r - a_1 - 4r = 4r$
Ponadto $8 - 64 = -56$.
Korzystając z dwóch powyższych zależności, otrzymujemy równanie: $4r = -56$, skąd $r = -14$.
$a_1 = a_5 - 4r = 64 - 4 \cdot (-14) = 64 + 56 = 120$

Odp.: D

Zadanie 14.
Korzystamy z własności ciągu geometrycznego
jeśli (a, b, c) – ciąg geometryczny to $b^2 = ac$.

Mamy więc

$y^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$

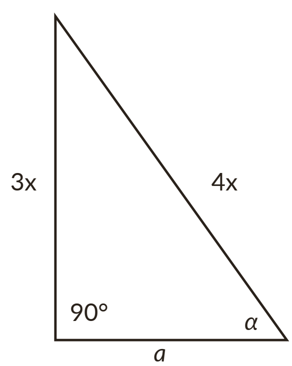
$y^2 = \sqrt{625}$

$y^2 = 25$

$y = 5$ lub $y = -5$

Odp.: B

Zadanie 15.
Rysujemy dowolny trójkąt prostokątny o kącie ostrym α, przyprostokątnej naprzeciw tego kąta o długości $3x$ i przeciwprostokątnej o długości $4x$ (z definicji funkcji sinus)



Obliczamy długość drugiej przyprostokątnej, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$a^2 + (3x)^2 = (4x)^2$

$a^2 + 9x^2 = 16x^2$

$a^2 = 16x^2 - 9x^2$

$a^2 = 7x^2$

$a = x\sqrt{7}$

Odrzucamy rozwiązanie ujemne $a = -x\sqrt{7}$, ponieważ $x > 0$.
Wyznaczamy wartość funkcji tgx, cosx:

$$tgx = \frac{3x}{x\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$cosx = \frac{x\sqrt{7}}{4x} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

Odp.: C

Zadanie 16.
Obliczamy pole trójkąta, korzystając ze wzoru $P = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\alpha$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{35\sqrt{3}}{2}$$

Korzystając z twierdzenia cosinusów, obliczamy długość brakującego boku w trójkącie:

$a^2 = 7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10\cos 60^o$

$a^2 = 149 - 140 \cdot \frac{1}{2}$

$a^2 = 149 - 70$

$a^2 = 79$

$a = \sqrt{79}$

Odrzucamy rozwiązanie $a = -\sqrt{79}$, ponieważ $a > 0$.

Obliczamy obwód trójkąta: $L = 7 + 10 + \sqrt{79} = 17 + \sqrt{79} \neq 17 + \sqrt{219}$

Odp.: C

Zadanie 17.
Kąt 100° to kąt środkowy oparty na tym samym łuku, co kąt wpisany o mierze x.
Stąd $x = 0{,}5 \cdot 100° = 50°$
Kąt wpisany $x + y$ opiera się na półokręgu, więc jego miara to 90°.
Mamy więc: $50° + y = 90°$, więc $y = 40°$.

Odp.: B

Zadanie 18.
Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta równobocznego i otrzymujemy $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 48\sqrt{3}$

$a^2 = 48 \cdot 4$

$a^2 = 192$

$a = 8\sqrt{3}$

Korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 12$

Odp.: C, 2

Zadanie 19.

Korzystamy ze wzoru na przekątną sześcianu $d = a\sqrt{3}$ i mamy $a\sqrt{3} = 12\sqrt{6}$

więc

$a = 12\sqrt{2}$

Obliczamy objętość: $V = a^3 = \left(12\sqrt{2}\right)^3 = 3456\sqrt{2}$.

Odp.: D

Zadanie 20.

Mamy 3 pozycje. Pierwszą pozycję możemy obsadzić na 4 sposoby (wyrzucamy 0, które nie może stać na pierwszym miejscu w liczbie). Drugą i trzecią pozycję możemy obstawić na 5 sposobów każdą, bo do naszej dyspozycji jest 5 cyfr i mogą się one powtarzać.

Liczb trzycyfrowych opisanych w zadaniu jest więc $4 \cdot 5 \cdot 5$.

Odp.: B

Zadanie 21.

Korzystamy ze wzoru na średnią arytmetyczną i mamy: $\frac{13+7+7+5+7+x}{6} = 5$.

Stąd

$39 + x = 30$,

więc

$x = -9$.

Odp.: D

Zadanie 22.

Korzystamy ze wzoru na długość odcinka i obliczamy przekątną kwadratu

$$d = \sqrt{(4+1)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Wiemy, że długość przekątnej kwadratu wyraża się wzorem $d = a\sqrt{2}$.

Więc $a\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ i $a = 5$.

Obwód kwadratu liczymy ze wzoru $L = 4a = 4 \cdot 5 = 20$.

Odp.: B

Zadanie 23.
Obliczamy x, opuszczając znak wartości bezwzględnej.

Zwróćmy uwagę na zmianę znaków spowodowaną tym, że pod wartością bezwzględną jest liczba ujemna.
$x=\left|-1-\sqrt{2}\right|+b-2\sqrt{2}=1+\sqrt{2}+b-2\sqrt{2}=1-\sqrt{2}+b$

Liczba x jest liczbą naturalną dla

A. $b=3\sqrt{2}+2$ sprawdzamy $x=1-\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2=2\sqrt{2}+3$ – nie jest to liczba naturalna

B. $b=\sqrt{2}$ sprawdzamy $x=1-\sqrt{2}+\sqrt{2}=1$ – jest to liczba naturalna

C. $b=-\sqrt{2}$ sprawdzamy $x=1-\sqrt{2}-\sqrt{2}=1-2\sqrt{2}$ – nie jest to liczba naturalna

D. $b=3\sqrt{2}$ sprawdzamy $x=1-\sqrt{2}+3\sqrt{2}=1+2\sqrt{2}$ – nie jest to liczba naturalna

E. $b=5\sqrt{2}-2\cdot 2^{\frac{1}{2}}+4$ sprawdzamy $x=1-\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4=5+2\sqrt{2}$ – nie jest to liczba naturalna

F. $b=6\cdot 2^{\frac{1}{2}}-5\cdot 2^{\frac{1}{2}}+7$ sprawdzamy $x=1-\sqrt{2}+6\sqrt{2}-5\sqrt{2}+7=8$ – jest to liczba naturalna

G. $b=6\sqrt{2}-9\sqrt{2}$ sprawdzamy $x=1-\sqrt{2}+6\sqrt{2}-9\sqrt{2}=1-4\sqrt{2}$ – nie jest to liczba naturalna

Odp.: B, F

Zadanie 24.
Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną kostką do gry. Wypiszmy wszystkie możliwe wyniki sprzyjające temu zdarzeniu:

$\Omega =$ {11,12,13,14,15,16,
21,22,23,24,25,26,
31,32,33,34,35,36,
41,42,43,44,45,46,
51,52,53,54,55,56,
61,62,63,64,65,66}
$|\Omega| = 36$

Wypiszmy wszystkie wyniki sprzyjające zdarzeniu A – w obu rzutach otrzymana zostanie liczba oczek, będąca liczbą pierwszą.

A = {22,23,25,32,33,35,52,53,55}
$|A| = 9$

Skorzystajmy z twierdzenia o prawdopodobieństwie klasycznym: $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$.

Odp.: Prawdopodobieństwo zdarzenia opisanego w zadaniu wynosi 0,25.

Zadanie 25.1.
Jeśli amplituda wzrośnie tysiąckrotnie, to $S = \log 1000H = \log 1000 + \log H = 3 + \log H$
$3 + \log H - \log H = 3$

Odp.: Siła trzęsienia Ziemi wzrośnie o 3 jednostki.

Zadanie 25.2.
Wiemy, że $S + 5 = 5 + \log H = \log 100000 + \log H = \log 100000H$

$100000H : H = 100000$

Odp.: Amplituda wzrosła 100000 razy.

Zadanie 26.
Zauważmy, że skoro $|BD| = 2|AD|$ to trójkąt *ADB* jest połową trójkąta równobocznego o kącie *ADB* równym 60°.

Obliczamy miarę kąta *DAE*, korzystając z tego, że suma miar kątów trójkąta jest równa zawsze 180°.
$|DAE| = 180° - 90° - 60° = 30°$.
Stąd $\alpha = 90° - 30° = 60°$.
W trójkącie *AEB*: $\frac{|AE|}{|AB|} = \cos 60° = \frac{1}{2}$. Stąd $|AE| = \frac{1}{2}|AB|$.

Zadanie 27.1.
Wiemy, że $a_n = 4^{n+1} - 4^{n-1}$.
Zatem $a_{n+1} = 4^{n+1+1} - 4^{n+1-1} = 4^{n+2} - 4^n$

Sprawdźmy, co otrzymamy, dzieląc a_{n+1} przez a_n:
$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{4^{n+2} - 4^n}{4^{n+1} - 4n - 1} = \frac{4^n\left(4^2 - 1\right)}{4^n\left(4 - 4^{-1}\right)} = \frac{15}{3{,}75} = 4$$

Otrzymaliśmy liczbę 4, która jest niezależna od *n* – stąd wykazaliśmy, że ciąg jest geometryczny.

Zadanie 27.2.
Obliczmy czwarty wyraz ciągu: $a_4 = 4^{4+1} - 4^{4-1} = 4^5 - 4^3 = 1024 - 64 = 960$.

Odp.: Czwarty wyraz ciągu jest równy 960.

Zadanie 28.1.
Z równania $(x - 2)^2 + (y - 9)^2 = 25$ odczytujemy długość promienia.

Pamiętamy, że jest on pierwiastkiem z liczby stojącej po znaku równości i że jest on liczbą dodatnią.
U nas $r = 5$.

Odp.: C

Zadanie 28.2.
Z równania $(x - 2)^2 + (y - 9)^2 = 25$ odczytujemy środek okręgu. Jest nim punkt S (2,9).

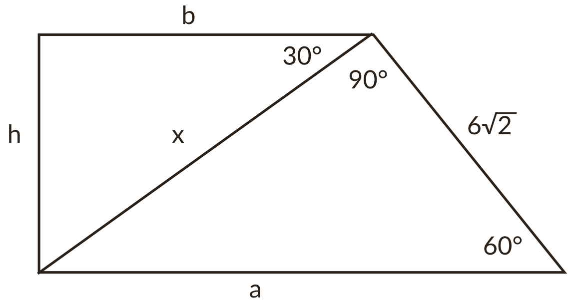
Liczymy odległość tego punktu od początku układu współrzędnych (punkt O = (0,0)):

$$|OS|=\sqrt{(2-0)^2+(9-0)^2}=\sqrt{2^2+9^2}=\sqrt{4+81}=\sqrt{85}$$

Odp.: Odległość środka okręgu od początku układu współrzędnych jest równa $\sqrt{85}$.

Zadanie 29.

Zaczynamy od stworzenia rysunku pomocniczego:



Na podstawie rysunku widać, że w pierwszej kolejności możemy zająć się obliczeniem dłuższej podstawy trapezu. W tym celu skorzystamy z definicji funkcji cosinus.

$$\cos 60° = \frac{6\sqrt{2}}{a}$$

Wartość cosinusa odczytujemy z tablic matematycznych i otrzymujemy równanie:

$$\frac{1}{2}=\frac{6\sqrt{2}}{a}$$

Stąd $a=12\sqrt{2}$

Obliczamy długość krótszej przekątnej, korzystając z definicji funkcji sinus

$$\sin 60° = \frac{x}{12\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{x}{12\sqrt{2}}$$

$$2x=12\sqrt{6}$$

$$x=6\sqrt{6}$$

Znając długość krótszej przekątnej, możemy obliczyć długość krótszej podstawy trapezu i jego wysokości. Obliczamy b, korzystając z definicji funkcji cosinus:

$$\cos 30° = \frac{b}{6\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{b}{6\sqrt{6}}$$

$$2b=6\sqrt{18}$$

$$b=3\sqrt{18}=3\cdot 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$$

Obliczamy h, korzystając z definicji sinusa:

$$\sin 30° = \frac{h}{6\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{h}{6\sqrt{6}}$$

$$2h=6\sqrt{6}$$

$$h=3\sqrt{6}$$

Teraz możemy przystąpić do obliczenia wartości pola trapezu:

$$P = \frac{1}{2}(12\sqrt{2} + 9\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 21\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 63\sqrt{12} = \frac{1}{2} \cdot 63 \cdot 2\sqrt{3} = 63\sqrt{3}$$

Ponieważ znamy wartości *h*, *a* możemy, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, obliczyć długość dłuższej przekątnej:

$$y^2 = (3\sqrt{6})^2 + (12\sqrt{2})^2$$

$$y^2 = 54 + 288$$

$$y^2 = 342$$

$$y \quad \sqrt{342}$$

Odrzucamy rozwiązanie ujemne, gdyż długość boku nie może być liczbą ujemną.

Odp.: Pole trapezu jest równe $63\sqrt{3}$ dm^2, jego dłuższa przekątna ma długość $\sqrt{342}$ dm.

Zadanie 30.1.
W chwili początkowej liczba organizmów wynosi $k = 100$.
Podwaja się ona co 10 minut. Stąd liczba organizmów po upływie pierwszych 10 minut będzie równa $y = 100 \cdot 2^1$ (10 minut traktujemy jako jedną jednostkę czasową).

Wiemy, że 60 minut to 6 razy więcej niż 10, więc $x = 6$.

Stąd po upływie godziny liczba drożdży będzie równa $y = 100 \cdot 2^6 = 6400$.

Odp.: Po upływie godziny liczba drożdży będzie równa 6400.

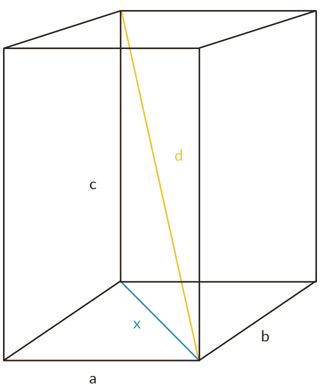
Zadanie 30.2.
W chwili początkowej objętość organizmów wynosi 4 cm^3. Tą objętość traktujemy więc jako *k*.
Wspomniana objętość podwaja się co 30 minut. Stąd liczba organizmów po upływie 30 minut jest równa $y = 4 \cdot 2^1$ (30 minut traktujemy jako jedną jednostkę czasową).

Obliczamy $x = 12 \cdot 60 : 30 = 24$.

Po upływie 12h objętość drożdży będzie więc równa $y = 4 \cdot 2^{24} = 2^2 \cdot 2^{24} = 2^{26}$.

Odp.: Po upływie 12h objętość drożdży będzie równa 2^{26}.

Zadanie 31.



$x^2 = a^2 + b^2$

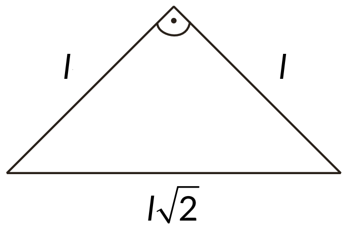
$d^2 = x^2 + c^2$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

co należało wykazać.

Zadanie 32.



$l\sqrt{2} = 4$

$l = 2\sqrt{2}$

$r = 2$

$P_c = \pi r^2 + \pi r l = \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\pi\left(1 + \sqrt{2}\right)$