



KLUCZ

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
1.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
2.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
3.	C	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
4.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
5.	C	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
6.1.	F, P	1 pkt – odpowiedź poprawna (obie odpowiedzi muszą być poprawne). 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
6.2.	$(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
6.3.	$(-\infty, 4)$	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
7.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
8.	C	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
9.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
10.	B, 2	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
11.1.	$x = 0, x = 1, x = 2$	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
11.2.	3, 3	1 pkt – odpowiedź poprawna (podano obie liczby). 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
12.	F, P	1 pkt – odpowiedź poprawna (obie odpowiedzi muszą być poprawne). 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
13.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
14.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
15.	C	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
16.	C	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
17.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
18.	C, 2	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
19.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
20.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
21.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
22.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
23.	B, F	Zdający otrzymuje po 1 pkt za każdą poprawną odpowiedź (wystarczy jedna poprawna odpowiedź, aby zdobyć 1 pkt , 2 aby zdobyć 2 pkt). 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
24.	0,25	2 pkt – za poprawne wyliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia opisanego w zadaniu. 1 pkt – za poprawne podanie zbiorów Ω i A. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
25.1.	o 3 jednostki	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
25.2.	100000 razy	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
26.		2 pkt – za zauważenie, że $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ i stąd $ AE = \frac{1}{2} AB $. 1 pkt – za poprawne obliczenie miary kąta α . 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
27.1.		2 pkt – za pełne udowodnienie, że ciąg jest geometryczny. 1 pkt – za zapisanie ilorazu $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
27.2.	960	1 pkt – za poprawne obliczenie a_4 . 0 pkt – za całkowicie błędną odpowiedź lub jej brak.
28.1.	C	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
28.2.	$\sqrt{85}$	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
29.	$P = 63\sqrt{3}$ $d = \sqrt{342}$	po 1 pkt za poprawne obliczenie wymienionych: a lub x , b lub h , y i pola trapezu. 0 pkt – za błędne rozwiązanie lub jego brak.
30.1.	6400	2 pkt – za poprawne obliczenie liczby drożdży po 60 minutach. 1 pkt – za prawidłowe obliczenie x (lub użycie go we wzorze funkcji). 0 pkt – za błędne rozwiązanie lub jego brak.
30.2.	2^{26}	2 pkt – za poprawne obliczenie objętości drożdży po 60 minutach i przedstawienie tej liczby w postaci 2^a . 1 pkt – za prawidłowe obliczenie x (lub użycie go we wzorze funkcji). 0 pkt – za błędne rozwiązanie lub jego brak.

ROZWIĄZANIA

Zadanie 1.

Przekształćmy wyrażenie przedstawione w zadaniu: $\frac{5^{16} : 5^2 \cdot 25^3}{5^8 \cdot 125} = \frac{5^{14} \cdot 5^6}{5^8 \cdot 5^3} = \frac{5^{20}}{5^{11}} = 5^9 = 5^4 \cdot 5^5$

Odp.: B

Zadanie 2.

Przekształćmy wyrażenie przedstawione w zadaniu:

$$\log\left(\left(\sqrt{10}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{10}\right)^4 \cdot \left(\sqrt{10}\right)^8\right) = \log\left(\sqrt{10}\right)^{14} = \log\left(\left(10\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{14} = \log 10^7 = 7$$

Odp.: A

Zadanie 3.

Przyjmijmy, że x to cena samochodu przed obniżkami.

Cena po pierwszej obniżce była równa $x - 5\%x = x - 0,05x = 0,95x$.

Cena po drugiej obniżce była równa: $0,95x - 10\% \cdot 0,95x = 0,95x - 0,1 \cdot 0,95x = 0,95x - 0,095x = 0,855x$

Stąd $0,855x = 54200$

$x = 63391,81 \approx 63392$

Odp.: C

Zadanie 4.

Przed rozwiązaniem równania należy określić sens liczbowy wyrażenia $\frac{x^2 - 4}{(x - 1)(x - 2)}$.

W mianowniku ułamka nie może być zera, stąd

$$(x - 1)(x - 2) \neq 0$$

więc

$$x \neq 1 \text{ i } x \neq 2.$$

Mnożąc równanie stronami przez mianownik, otrzymujemy

$$x^2 - 4 = 0.$$

Więc

$$x^2 = 4$$

i stąd

$$x = 2 \text{ lub } x = -2$$

Odrzucamy rozwiązanie $x = 2$ (z założenia).

Odp.: D

Zadanie 5.

Układamy równanie, mając na uwadze, że punkt o współrzędnych $(-3,0)$ należy do wykresu funkcji określonej w poleceniu zadania:

$$0 = (-3)^2 - 3b - 3 \text{ i rozwiązujemy je: } -3b = -6 \text{ stąd } b = 2$$

Odp.: C

Zadanie 6.1.

Wierzchołek paraboli przedstawionej na rysunku ma współrzędne $W(0,4)$.

Wiemy, że $p = 0$

Oś symetrii paraboli to prosta $x = p$, więc u nas: $x = 0$

Pierwsze zdanie jest fałszywe.

Korzystając z tego, że znamy współrzędne wierzchołka paraboli, zapisujemy postać kanoniczną funkcji:

$$y = a(x - 0)^2 + 4$$

$$y = ax^2 + 4$$

Do wykresu funkcji należy np. punkt $P(2,0)$.

Podstawiamy jego współrzędne w miejsce zmiennych x, y :

$$0 = a \cdot 2^2 + 4$$

$$4a = -4$$

$$a = -1$$

Stąd wzór funkcji ma postać: $y = -x^2 + 4$.

Drugie zdanie jest prawdziwe.

Odp.: F, P

Zadanie 6.2.

Z wykresu funkcji odczytujemy przedział rozwiązań danej nierówności:

$$x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

Zadanie 6.3.

Z wykresu funkcji odczytujemy jej zbiór wartości:

$$Z_w = (-\infty, 4)$$

Zadanie 7.

Nierówność mnożymy stronami przez 6 i otrzymujemy:

$$-x - 72 > 4x$$

$$-5x > 72$$

$$x < -\frac{72}{5}$$

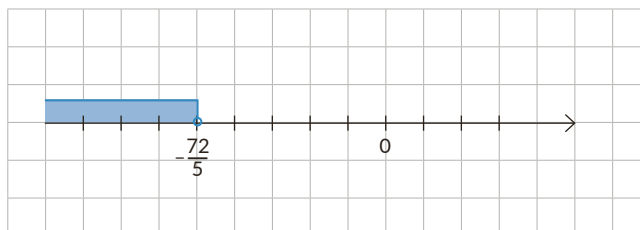
Pamiętamy o zmianie znaku nierówności przy obustronnym mnożeniu jej przez liczbę ujemną.

Rozwiązanie nierówności przedstawiamy na osi liczbowej:

Odczytujemy zakreślowany przedział rozwiązania

$$\text{nierówności: } x \in \left(-\infty, -\frac{72}{5}\right)$$

Odp.: D



Zadanie 8.

Wiemy, że istnieje wzór skróconego mnożenia: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Do tego wzoru podstawiamy dane z zadania i otrzymujemy:

$$28^2 = 394 + 2ab$$

Stąd przekształcając:

$$2ab = 784 - 394$$

$$2ab = 390$$

$$ab = 195$$

Odp.: C

Zadanie 9.

Współczynnik kierunkowy prostej l obliczamy z warunku prostokątności prostych:

$$3 \cdot a = -1$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

Współrzędne punktu P podstawiamy w miejsce x, y do wzoru $y = -\frac{1}{3}x + b$

$$-\sqrt{5} = -\frac{1}{3} \cdot 9 + b$$

$$b = -\sqrt{5} + 3$$

Wzór ma postać: $y = -\frac{1}{3}x - \sqrt{5} + 3$.

Odp.: D

Zadanie 10.

Obliczmy miejsce zerowe funkcji f :

$$0 = 3x - \frac{1}{3}$$

$$3x = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{1}{9}$$

Miejszem zerowym funkcji g jest punkt o współrzędnych $\left(\frac{1}{9}, 0\right)$. Podstawiamy te współrzędne w miejsce x, y do wzoru funkcji g i otrzymujemy:

$$0 = a \cdot \frac{1}{9} - 9$$

$$a \cdot \frac{1}{9} = 9$$

$$a = 81$$

Wzór funkcji g ma postać: $y = 81x - 9$.

Odp.: B, 2

Zadanie 11.1.

Odczytujemy z wykresu:

$$f(x) = -2 \text{ dla } x \in \{0, 1, 2\}$$

Zadanie 11.2.

Największa wartość funkcji w przedziale $\langle 0,3 \rangle$ jest równa 3. Wartość tę funkcja przyjmuje dla argumentu równego 3.

Zadanie 12.

Sprawdzamy poprawność pierwszego zdania:

Dla $x = 1$ wartość funkcji byłaby równa $2^{-1} = \frac{1}{2}$,

dla $x = 2$ wartość funkcji byłaby równa $2^{-2} = \frac{1}{4}$.

Punkty $\left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{4}\right)$ nie należą do wykresu funkcji przedstawionego na rysunku.

Zatem pierwsze zdanie jest fałszywe.

Drugie zdanie jest prawdziwe. Wykres funkcji zbliża się do osi x , ale nigdy jej nie przetnie.

Odp.: F, P

Zadanie 13.

Ze wzoru na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego otrzymujemy, że:

$$a_9 - a_5 = a_1 + 8r - (a_1 + 4r) = a_1 + 8r - a_1 - 4r = 4r$$

$$\text{Ponadto } 8 - 64 = -56.$$

Korzystając z dwóch powyższych zależności, otrzymujemy równanie: $4r = -56$, skąd $r = -14$.

$$a_1 = a_5 - 4r = 64 - 4 \cdot (-14) = 64 + 56 = 120$$

Odp.: D

Zadanie 14.

Korzystamy z własności ciągu geometrycznego

jeśli (a, b, c) – ciąg geometryczny to $b^2 = ac$.

Mamy więc

$$y^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$$

$$y^2 = \sqrt{625}$$

$$y^2 = 25$$

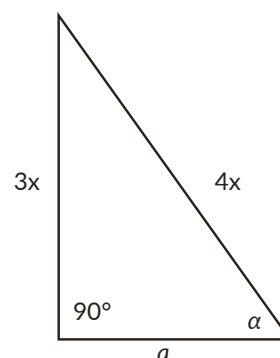
$$y = 5 \text{ lub } y = -5$$

Odp.: B

Zadanie 15.

Rysujemy dowolny trójkąt prostokątny o kącie ostrym α , przyprostokątnej naprzeciw tego kąta o długości $3x$ i przeciwprostokątnej o długości $4x$ (z definicji funkcji sinus)

Obliczamy długość drugiej przyprostokątnej, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:



$$a^2 + (3x)^2 = (4x)^2$$

$$a^2 + 9x^2 = 16x^2$$

$$a^2 = 16x^2 - 9x^2$$

$$a^2 = 7x^2$$

$$a = x\sqrt{7}$$

Odrzucamy rozwiązanie ujemne $a = -x\sqrt{7}$, ponieważ $x > 0$.

Wyznaczamy wartość funkcji $\operatorname{tg}x$, $\operatorname{cos}x$:

$$\operatorname{tg}x = \frac{3x}{x\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$\operatorname{cos}x = \frac{x\sqrt{7}}{4x} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

Odp.: C

Zadanie 16.

Obliczamy pole trójkąta, korzystając ze wzoru $P = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\alpha$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{35\sqrt{3}}{2}$$

Korzystając z twierdzenia cosinusów, obliczamy długość brakującego boku w trójkącie:

$$a^2 = 7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10 \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 149 - 140 \cdot \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 149 - 70$$

$$a^2 = 79$$

$$a = \sqrt{79}$$

Odrzucamy rozwiązanie $a = -\sqrt{79}$, ponieważ $a > 0$.

Obliczamy obwód trójkąta: $L = 7 + 10 + \sqrt{79} = 17 + \sqrt{79} \neq 17 + \sqrt{219}$

Odp.: C

Zadanie 17.

Kąt 100° to kąt środkowy oparty na tym samym łuku, co kąt wpisany o mierze x .

$$\text{Stąd } x = 0,5 \cdot 100^\circ = 50^\circ$$

Kąt wpisany $x + y$ opiera się na półokręgu, więc jego miara to 90° .

Mamy więc: $50^\circ + y = 90^\circ$, więc $y = 40^\circ$.

Odp.: B

Zadanie 18.

Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta równobocznego i otrzymujemy $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 48\sqrt{3}$

$$a^2 = 48 \cdot 4$$

$$a^2 = 192$$

$$a = 8\sqrt{3}$$

Korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 12$

Odp.: C, 2

Zadanie 19.

Korzystamy ze wzoru na przekątną sześcianu $d = a\sqrt{3}$ i mamy $a\sqrt{3} = 12\sqrt{6}$

więc

$$a = 12\sqrt{2}$$

Obliczamy objętość: $V = a^3 = (12\sqrt{2})^3 = 3456\sqrt{2}$.

Odp.: D

Zadanie 20.

Mamy 3 pozycje. Pierwszą pozycję możemy obsadzić na 4 sposoby (wyrzucamy 0, które nie może stać na pierwszym miejscu w liczbie). Drugą i trzecią pozycję możemy obstawić na 5 sposobów każdą, bo do naszej dyspozycji jest 5 cyfr i mogą się one powtarzać.

Liczb trzycyfrowych opisanych w zadaniu jest więc $4 \cdot 5 \cdot 5$.

Odp.: B

Zadanie 21.

Korzystamy ze wzoru na średnią arytmetyczną i mamy: $\frac{13+7+7+5+7+x}{6} = 5$.

Stąd

$$39 + x = 30,$$

więc

$$x = -9.$$

Odp.: D

Zadanie 22.

Korzystamy ze wzoru na długość odcinka i obliczamy przekątną kwadratu

$$d = \sqrt{(4+1)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Wiemy, że długość przekątnej kwadratu wyraża się wzorem $d = a\sqrt{2}$.

Więc $a\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ i $a = 5$.

Obwód kwadratu liczymy ze wzoru $L = 4a = 4 \cdot 5 = 20$.

Odp.: B

Zadanie 23.

Obliczamy x , opuszczając znak wartości bezwzględnej.

Zwróćmy uwagę na zmianę znaków spowodowaną tym, że pod wartością bezwzględną jest liczba ujemna.

$$x = |-1 - \sqrt{2}| + b - 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} + b - 2\sqrt{2} = 1 - \sqrt{2} + b$$

Liczba x jest liczbą naturalną dla

A. $b = 3\sqrt{2} + 2$ sprawdzamy $x = 1 - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2 = 2\sqrt{2} + 3$ - nie jest to liczba naturalna

B. $b = \sqrt{2}$ sprawdzamy $x = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 1$ - jest to liczba naturalna

C. $b = -\sqrt{2}$ sprawdzamy $x = 1 - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2}$ - nie jest to liczba naturalna

D. $b = 3\sqrt{2}$ sprawdzamy $x = 1 - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2}$ - nie jest to liczba naturalna

E. $b = 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} + 4$ sprawdzamy $x = 1 - \sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4 = 5 + 2\sqrt{2}$ - nie jest to liczba naturalna

F. $b = 6 \cdot 2^{\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^{\frac{1}{2}} + 7$ sprawdzamy $x = 1 - \sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7 = 8$ - jest to liczba naturalna

G. $b = 6\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$ sprawdzamy $x = 1 - \sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 1 - 4\sqrt{2}$ - nie jest to liczba naturalna

Odp.: B, F

Zadanie 24.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną kostką do gry. Wypiszmy wszystkie możliwe wyniki sprzyjające temu zdarzeniu:

$$\Omega = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, \\ 21, 22, 23, 24, 25, 26, \\ 31, 32, 33, 34, 35, 36, \\ 41, 42, 43, 44, 45, 46, \\ 51, 52, 53, 54, 55, 56, \\ 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$$

$$|\Omega| = 36$$

Wypiszmy wszystkie wyniki sprzyjające zdarzeniu A - w obu rzutach otrzymana zostanie liczba oczek, będąca liczbą pierwszą.

$$A = \{22, 23, 25, 32, 33, 35, 52, 53, 55\}$$

$$|A| = 9$$

Skorzystajmy z twierdzenia o prawdopodobieństwie klasycznym: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Odp.: Prawdopodobieństwo zdarzenia opisanego w zadaniu wynosi 0,25.

Zadanie 25.1.

Jeśli amplituda wzrośnie tysiąckrotnie, to $S = \log 1000H = \log 1000 + \log H = 3 + \log H$
 $3 + \log H - \log H = 3$

Odp.: Siła trzęsienia Ziemi wzrośnie o 3 jednostki.

Zadanie 25.2.

Wiemy, że $S + 5 = 5 + \log H = \log 100000 + \log H = \log 100000H$

$$100000H : H = 100000$$

Odp.: Amplituda wzrosła 100000 razy.

Zadanie 26.

Zauważmy, że skoro $|BD| = 2|AD|$ to trójkąt ADB jest połową trójkąta równobocznego o kącie ADB równym 60° .

Obliczamy miarę kąta DAE , korzystając z tego, że suma miar kątów trójkąta jest równa zawsze 180° .

$$|\angle DAE| = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

$$\text{Stąd } \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

W trójkącie AEB : $\frac{|AE|}{|AB|} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. Stąd $|AE| = \frac{1}{2}|AB|$.

Zadanie 27.1.

Wiemy, że $a_n = 4^{n+1} - 4^{n-1}$.

$$\text{Zatem } a_{n+1} = 4^{n+1+1} - 4^{n+1-1} = 4^{n+2} - 4^n$$

Sprawdźmy, co otrzymamy, dzieląc a_{n+1} przez a_n :

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{4^{n+2} - 4^n}{4^{n+1} - 4^{n-1}} = \frac{4^n(4^2 - 1)}{4^n(4 - 4^{-1})} = \frac{15}{3,75} = 4$$

Otrzymaliśmy liczbę 4, która jest niezależna od n – stąd wykazaliśmy, że ciąg jest geometryczny.

Zadanie 27.2.

Obliczmy czwarty wyraz ciągu: $a_4 = 4^{4+1} - 4^{4-1} = 4^5 - 4^3 = 1024 - 64 = 960$.

Odp.: Czwarty wyraz ciągu jest równy 960.

Zadanie 28.1.

Z równania $(x - 2)^2 + (y - 9)^2 = 25$ odczytujemy długość promienia.

Pamiętamy, że jest on pierwiastkiem z liczby stojącej po znaku równości i że jest on liczbą dodatnią.

U nas $r = 5$.

Odp.: C

Zadanie 28.2.

Z równania $(x - 2)^2 + (y - 9)^2 = 25$ odczytujemy środek okręgu. Jest nim punkt $S(2,9)$.

Liczmy odległość tego punktu od początku układu współrzędnych (punkt $O = (0,0)$):

$$|OS| = \sqrt{(2-0)^2 + (9-0)^2} = \sqrt{2^2 + 9^2} = \sqrt{4 + 81} = \sqrt{85}$$

Odp.: Odległość środka okręgu od początku układu współrzędnych jest równa $\sqrt{85}$.

Zadanie 29.

Zaczynamy od stworzenia rysunku pomocniczego:

Na podstawie rysunku widać, że w pierwszej kolejności możemy zająć się obliczeniem dłuższej podstawy trapezu. W tym celu skorzystamy z definicji funkcji cosinus.

$$\cos 60^\circ = \frac{6\sqrt{2}}{a}$$

Wartość cosinusa odczytujemy z tablic matematycznych i otrzymujemy równanie:

$$\frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{a}$$

$$\text{Stąd } a = 12\sqrt{2}$$

Obliczamy długość krótszej przekątnej, korzystając z definicji funkcji sinus

$$\sin 60^\circ = \frac{x}{12\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{12\sqrt{2}}$$

$$2x = 12\sqrt{6}$$

$$x = 6\sqrt{6}$$

Znając długość krótszej przekątnej, możemy obliczyć długość krótszej podstawy trapezu i jego wysokości.

Obliczamy b , korzystając z definicji funkcji cosinus:

$$\cos 30^\circ = \frac{b}{6\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{6\sqrt{6}}$$

$$2b = 6\sqrt{18}$$

$$b = 3\sqrt{18} = 3 \cdot 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

Obliczamy h , korzystając z definicji sinusa:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{6\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{6\sqrt{6}}$$

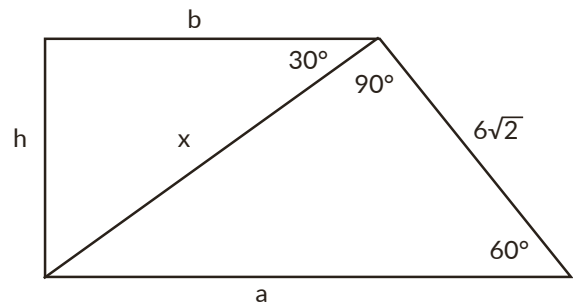
$$2h = 6\sqrt{6}$$

$$h = 3\sqrt{6}$$

Teraz możemy przystąpić do obliczenia wartości pola trapezu:

$$P = \frac{1}{2}(12\sqrt{2} + 9\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 21\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 63\sqrt{12} = \frac{1}{2} \cdot 63 \cdot 2\sqrt{3} = 63\sqrt{3}$$

Ponieważ znamy wartości h , a możemy, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, obliczyć długość dłuższej przekątnej:



$$y^2 = (3\sqrt{6})^2 + (12\sqrt{2})^2$$

$$y^2 = 54 + 288$$

$$y^2 = 342$$

$$y = \sqrt{342}$$

Odrzucamy rozwiązanie ujemne, gdyż długość boku nie może być liczbą ujemną.

Odp.: Pole trapezu jest równe $63\sqrt{3}$ dm², jego dłuższa przekątna ma długość $\sqrt{342}$ dm.

Zadanie 30.1.

W chwili początkowej liczba organizmów wynosi $k = 100$.

Podwaja się ona co 10 minut. Stąd liczba organizmów po upływie pierwszych 10 minut będzie równa $y = 100 \cdot 2^1$ (10 minut traktujemy jako jedną jednostkę czasową).

Wiemy, że 60 minut to 6 razy więcej niż 10, więc $x = 6$.

Stąd po upływie godziny liczba drożdży będzie równa $y = 100 \cdot 2^6 = 6400$.

Odp.: Po upływie godziny liczba drożdży będzie równa 6400.

Zadanie 30.2.

W chwili początkowej objętość organizmów wynosi 4 cm³. Tą objętość traktujemy więc jako k .

Wspomniana objętość podwaja się co 30 minut. Stąd liczba organizmów po upływie 30 minut jest równa $y = 4 \cdot 2^1$ (30 minut traktujemy jako jedną jednostkę czasową).

Obliczamy $x = 12 \cdot 60 : 30 = 24$.

Po upływie 12h objętość drożdży będzie więc równa $y = 4 \cdot 2^{24} = 2^2 \cdot 2^{24} = 2^{26}$.

Odp.: Po upływie 12h objętość drożdży będzie równa 2^{26} .