

Geometria analityczna

Odpowiedzi do zadań CKE

Zaglądamy do CKE

Zadanie 40.

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dany jest okrąg \mathcal{O} określony równaniem:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

Zadanie 40.1. (0–1)

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–G.

1. Środek S okręgu \mathcal{O} ma współrzędne

- A. $S = (2, -3)$
- B. $S = (-2, -3)$
- C. $S = (-2, 3)$
- D. $S = (-2, 3)$

2. Promień r okręgu \mathcal{O} jest równy

- E. $r = 16$
- F. $r = 4$
- G. $r = 5$

Rozwiązanie:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

Odczytujemy środek tego okręgu: $S = (2, -3)$

Odczytujemy promień okręgu: $r = \sqrt{16} = 4$

Odp.: 1. A, 2. F

Zadanie 40.2. (0–2)

Oblicz współrzędne x punktów przecięcia okręgu \mathcal{O} z osią Ox .

Rozwiązanie:

Rozwiążemy układ dwóch równań, w którym jedno jest równaniem okręgu, a drugie jest równaniem osi Ox . Każdy punkt leżący na osi Ox ma współrzędne $(x, 0)$, zatem $y = 0$ dla każdej liczby rzeczywistej x .

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + (0+3)^2 = 16$$

$$(x-2)^2 + 9 = 16$$

$$(x-2)^2 = 7$$

$$|x-2| = \sqrt{7}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{7} \quad \text{lub} \quad x_2 = 2 - \sqrt{7}$$

Zadanie 42. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są punkty $A = (1, 2)$ oraz $B = (3, 7)$. Punkty A_0 oraz B_0 są odpowiednio obrazami punktów A i B w symetrii środkowej o środku w punkcie $O = (0, 0)$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty A_0 i B_0 jest równy

A. $\frac{5}{2}$

B. $-\frac{5}{2}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $-\frac{2}{5}$


Rozwiązanie:

$$A = (1, 2) \xrightarrow{S[0, 0]} A_0 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$B = (3, 7) \xrightarrow{S[0, 0]} B_0 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7 + 2}{-3 + 1} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

Odp.: A

Zadanie 20. (0–1) 

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$. Wierzchołki $A = (-2, 1)$ i $C = (4, 5)$ są końcami przekątnej tego kwadratu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej kwadratu $ABCD$ jest równa

A. 10

B. $2\sqrt{13}$

C. $2\sqrt{10}$

D. 8

Rozwiązanie:

Należy skorzystać ze wzoru na długość odcinka:

$$|AC| = \sqrt{(x_C + x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|AC| = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (5 - 1)^2}$$

$$|AC| = \sqrt{(4 + 2)^2 + 4^2}$$

$$|AC| = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

$$|AC| = \sqrt{36 + 16}$$

$$|AC| = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

Odp.: B