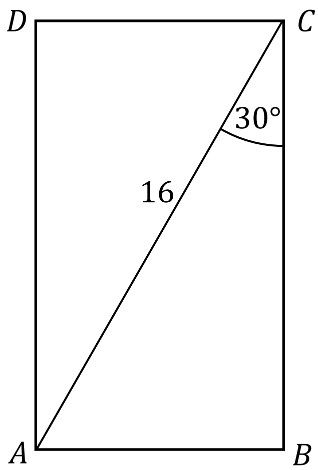
Stereometria

Odpowiedzi do zadań CKE

Zaglądamy do CKE

Zadanie 25. (0–1)

Powierzchnię boczną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego rozcięto wzdłuż krawędzi bocznej graniastosłupa i rozłożono na płaszczyźnie. Otrzymano w ten sposób prostokąt $ABCD$, w którym bok BC odpowiada krawędzi rozcięcia (wysokości graniastosłupa). Przekątna AC tego prostokąta ma długość 16 i tworzy z bokiem BC kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa

A. 8 **B.** $8\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 2

Rozwiązanie:

$\frac{x}{16} = \sin 30°$

$\frac{x}{16} = \frac{1}{2}$

$2x = 16$

$x = 8$

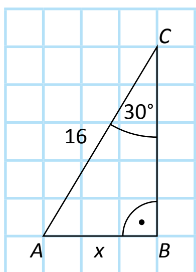
$4a = x$

$4a = 8 \quad /:4$

$a = 2$

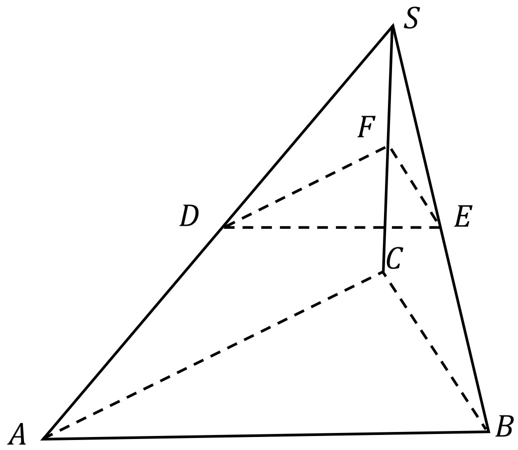
Odp.: D

Rysunek pomocniczy:



Zadanie 26. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCS$ o podstawie ABC. Punkty D, E i F są środkami – odpowiednio – krawędzi bocznych AS, BS i CS (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek objętości ostrosłupa $DEFS$ do objętości ostrosłupa $ABCS$ jest równy

A. $3:4$ **B.** $1:4$ **C.** $1:8$ **D.** $3:8$

Rozwiązanie:

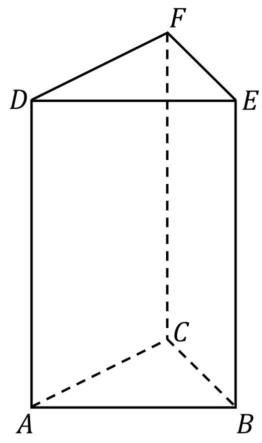
$$k=\frac{1}{2}$$

$$\frac{V_1}{V_2}=k^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

Odp.: C

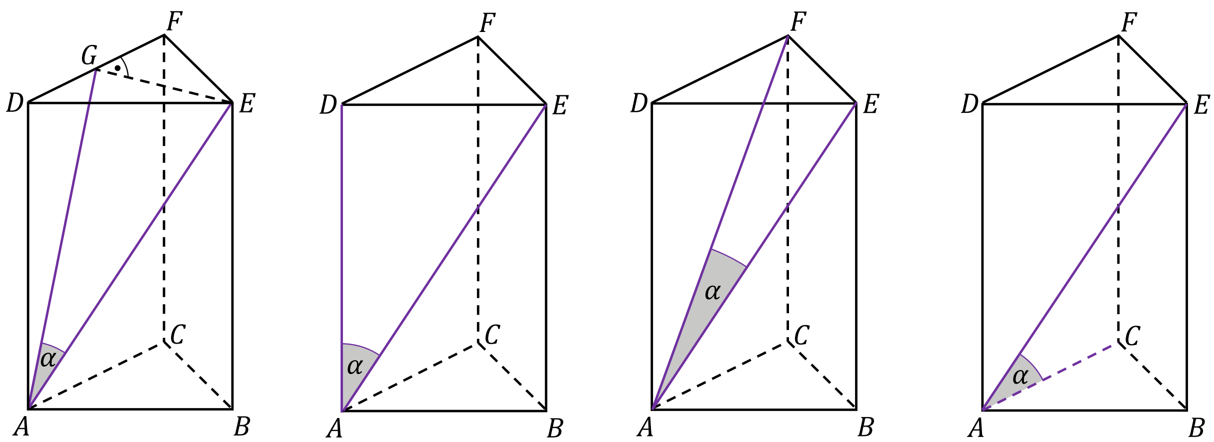
Zadanie 27. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ (zobacz rysunek obok).



Na którym z rysunków prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt α pomiędzy ścianą boczną $ACFD$ i przekątną AE ściany bocznej $ABED$ tego graniastosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\alpha = \sphericalangle EAG$ **B.** $\alpha = \sphericalangle EAD$ **C.** $\alpha = \sphericalangle EAF$ **D.** $\alpha = \sphericalangle EAC$



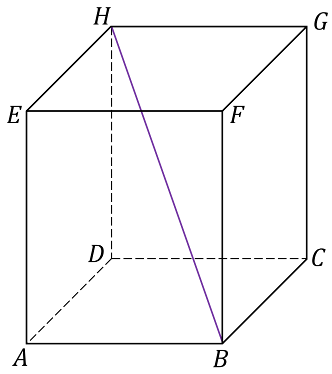
Rozwiązanie:

Rysunek A – zaznaczono kąt między przekątną $|AE|$ i odcinkiem $|AG|$
Rysunek B – zaznaczono kąt między przekątną $|AE|$ i krawędzią boczną $|AD|$
Rysunek D – zaznaczono kąt między przekątną $|AE|$ i krawędzią podstawy $|AC|$

Odp.: C

Zadanie 43.

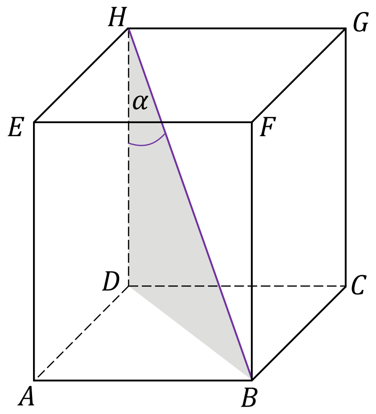
Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym prostokąty $ABCD$ i $EFGH$ są jego postawami. Odcinek BH jest przekątną tego prostopadłościanu.



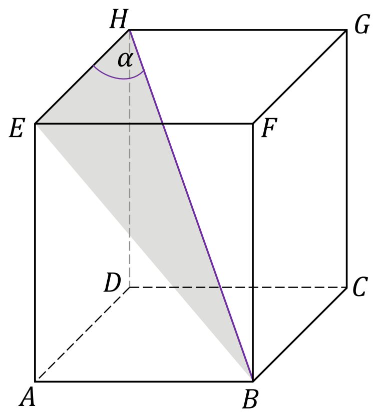
Zadanie 43.1. (0–1)

Na którym rysunku prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt α pomiędzy przekątną BH prostopadłościanu a jego ścianą boczną $ADHE$? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

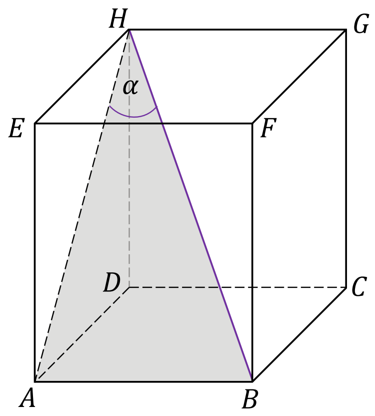
A. $\alpha = \measuredangle BHD$



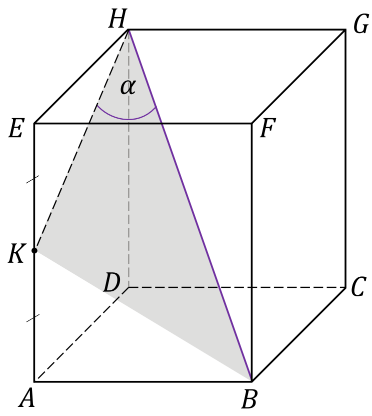
B. $\alpha = \measuredangle BHE$



C. $\alpha = \measuredangle BHA$



D. $\alpha = \measuredangle BHK$



Rozwiązanie:

Rysunek A – zaznaczono kąt między przekątną $|BH|$ i krawędzią boczną $|DH|$
Rysunek B – zaznaczono kąt między przekątną $|BH|$ i krawędzią podstawy $|EH|$
Rysunek D – zaznaczono kąt między przekątną $|BH|$ i odcinkiem $|HK|$

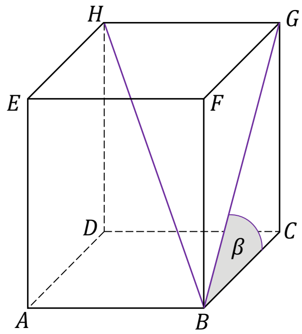
Odp.: C

Zadanie 43.2. (0–4)

W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ dane są:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{9}{7} \qquad |BG| = 2\cdot\sqrt{130} \qquad |BH| = 2\cdot\sqrt{194}$$

gdzie odcinek BH jest przekątną prostopadłościanu, odcinek BG jest przekątną ściany bocznej $BCGF$, β jest miarą kąta $\sphericalangle GBC$. Sytuację ilustruje rysunek poniżej.

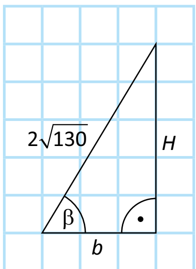


Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu $ABCDEFGH$.

Rozwiązanie:

Dany jest trójkąt:

Rysunek pomocniczy:



$$\operatorname{tg}\beta = \frac{9}{7}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{H}{b} = \frac{9}{7}$$

Dodatkowo z tw. Pitagorasa $H^2 + b^2 = \left(2\sqrt{130}\right)^2$.

Tworzymy układ równań:

$$\begin{cases} \dfrac{H}{b} = \dfrac{9}{7} \\ H^2 + b^2 = 4\cdot 130 \end{cases}$$

$$9b = 7h$$

$$b = \frac{7}{9}H$$

$$H^2 + \left(\frac{7}{9}H\right)^2 = 520$$

$$H^2 + \frac{49}{81}H^2 = 520$$

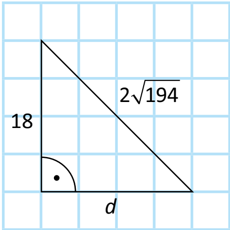
$$\frac{130}{81}H^2 = 520 \quad / \cdot \frac{81}{130}$$

$$H^2 = 4\cdot 81$$

$$H = 18 \quad \cup \quad H = -18 < 0$$

$$b = \frac{7}{\cancel{9}_1}\cdot \cancel{18}^2 = 14$$

Mamy również trójkąt:
Rysunek pomocniczy:

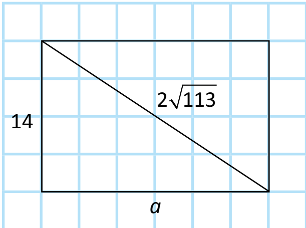


$$d^2+18^2=4\cdot 194$$
$$d^2=776-324=452$$
$$d=\sqrt{452}=2\sqrt{113}$$

d – przekątna podstawy

Nasza podstawa:

Rysunek pomocniczy:



$$a^2+14^2=4\cdot 113$$
$$a^2=452-196$$
$$a^2=256$$
$$Q=16 \quad \cup \quad -16<0$$

$P_c=2\cdot ab+2aH+2bH=2\cdot 16\cdot 14+2\cdot 16\cdot 18+2\cdot 14\cdot 18=1528$ [j²]

Odp.: Pole całkowite prostopadłościanu jest równe 1528j².

Zadanie 44. (0–1)

Dane są dwa prostopadłościany podobne: $\mathcal{B}_1$ oraz $\mathcal{B}_2$. Objętość prostopadłościanu $\mathcal{B}_1$ jest równa V, a objętość prostopadłościanu $\mathcal{B}_2$ jest równa $27V$. Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu $\mathcal{B}_1$ jest równe P.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu $\mathcal{B}_2$ jest równe

A.	$27P$,	ponieważ stosunek pól powierzchni całkowitych prostopadłościanów podobnych jest równy	**1.**	stosunkowi objętości tych prostopadłościanów.
B.	$9P$,		**2.**	pierwiastkowi kwadratowemu ze stosunku objętości tych prostopadłościanów.
C.	$3\sqrt{3}P$,		**3.**	kwadratowi stosunku długości odcinków odpowiadających w obu prostopadłościanach.

Rozwiązanie:

$$\frac{V_{B_2}}{V_{B_1}}=\frac{27V}{V}=27$$
$$k^3=27$$
$$k=3$$

$$\frac{P_{cB_2}}{P_{cB_1}} = k^2 = 9$$

$$\frac{P_{cB_2}}{P} = 9 \quad / \cdot P \qquad P > 0$$

$$P_{cB_2} = 9P$$

Odp.: B3