



Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

Odpowiedzi do zadań CKE

Zaglądamy do CKE

Zadanie 27.

Czas T połowicznego rozpadu izotopu promieniotwórczego to czas, po którym liczba jąder danego izotopu (a zatem i masa tego izotopu) zmniejsza się o połowę – tzn. połowa jąder danego izotopu przemienia się w inne jądra. Liczba jąder $N(t)$ izotopu promieniotwórczego pozostających w próbce po czasie t , licząc od chwili $t_0 = 0$, wyraża się zależnością wykładniczą:

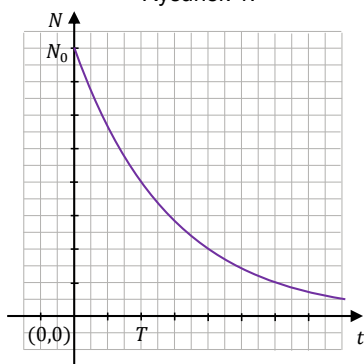
$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie N_0 jest liczbą jąder izotopu promieniotwórczego w chwili początkowej $t_0 = 0$.

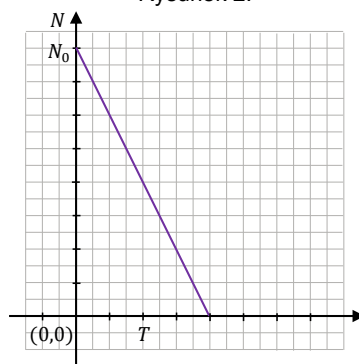
Zadanie 27.1. (0–1)

Na poniższych rysunkach 1.–4. przedstawiono wykresy różnych zależności.

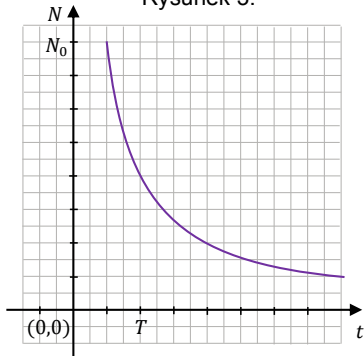
Rysunek 1.



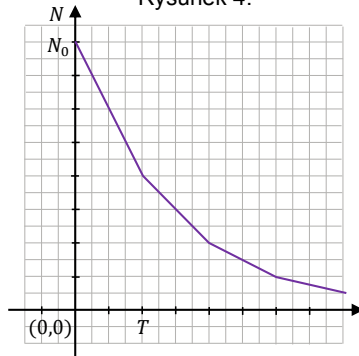
Rysunek 2.



Rysunek 3.



Rysunek 4.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres zależności wykładniczej $N(t)$ – opisanej we wstępie do zadania – przedstawiono na

- A.** rysunku 1. **B.** rysunku 2. **C.** rysunku 3. **D.** rysunku 4.

Rozwiązanie:

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

$$N(0) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^0 = N_0 \cdot 1 = N_0$$

$$N(T) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{T}{T}} = \frac{1}{2} N_0$$

$N(t)$ – funkcja wykładnicza

Odp.: A

Zadanie 27.2. (0–3)

Czas połowicznego rozpadu węgla ^{14}C to około 5700 lat. Naukowcy oszacowali za pomocą datowania radiowęglowego, że masa izotopu węgla ^{14}C w pewnym organicznym znalezisku archeologicznym stanowi $\frac{1}{16}$ masy tego izotopu, jaka utrzymywała się podczas życia organizmu.



Oblicz, ile lat ma opisane znalezisko archeologiczne. Wynik podaj z dokładnością do stu lat.

Rozwiązanie:

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

$$T = 5700$$

$$N(t) = \frac{1}{16} N_0$$

$$t = ?$$

$$\frac{1}{16} N_0 = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{5700}}$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)^4 = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{5700}}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{t}{5700}$$

$$t = 4 \cdot 5700 = \underline{22800}$$

Odp.: Opisane znalezisko archeologiczne ma 22800 lat.

Zadanie 13.

Czas T półtrwania leku w organizmie to czas, po którym masa leku w organizmie zmniejsza się o połowę – po przyjęciu jednorazowej dawki.

Przyjmij, że po przyjęciu jednej dawki masa m leku w organizmie zmienia się w czasie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie:

m_0 – masa przyjętej dawki leku

T – czas półtrwania leku

t – czas liczony od momentu przyjęcia dawki.

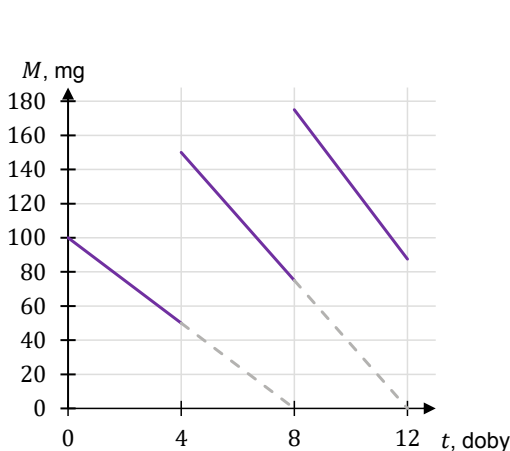
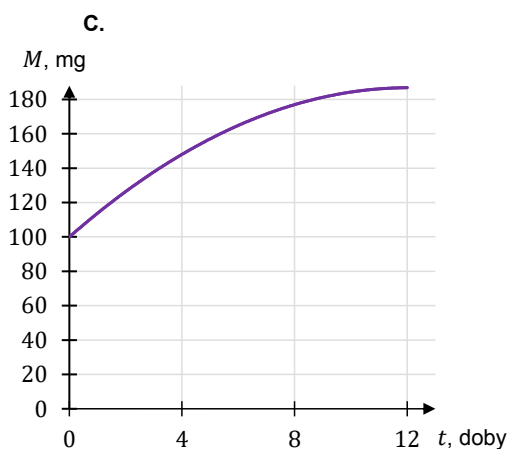
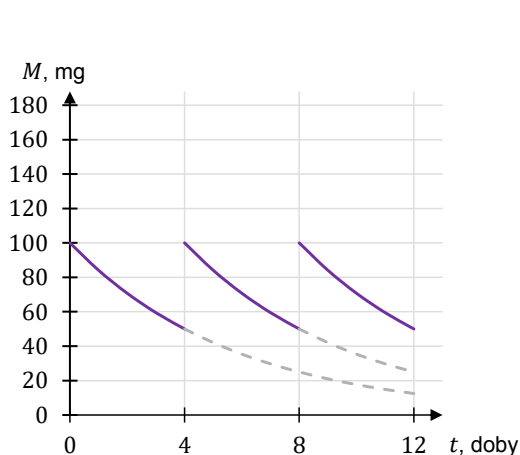
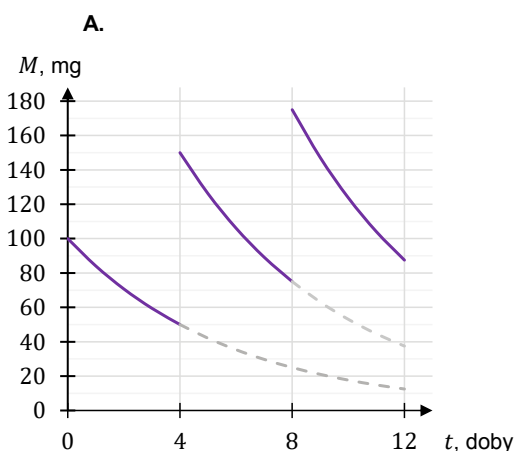
W przypadku przyjęcia kilku(nastu) dawek powyższa zależność pozwala obliczyć, ile leku pozostało w danym momencie w organizmie z każdej poprzednio przyjętej dawki. W ten sposób obliczone masy leku z przyjętych poprzednich dawek sumują się i dają informację o całkowitej aktualnej masie leku w organizmie.

Pacjent otrzymuje co 4 dni o tej samej godzinie dawkę $m_0 = 100$ mg leku L. Czas półtrwania tego leku w organizmie jest równy $T = 4$ doby.

Zadanie 13.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres zależności masy M leku L w organizmie tego pacjenta od czasu t , liczonego od momentu przyjęcia przez pacjenta pierwszej dawki, przedstawiono na rysunku



Rozwiązanie:

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$m_0 = 100$$

$$T = 4$$

$$m(4) = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

$$m(0) = 100 + 50 = 150$$

Odp.: A.

Zadanie 13.2. (0–3)

Oblicz masę leku L w organizmie tego pacjenta tuż przed przyjęciem jedenastej dawki tego leku. Wynik podaj w zaokrągleniu do 0,1 mg.

Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Po 4 dniach: } 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{4}} = 50 \\ \text{Po 8 dniach: } 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{8}{4}} = 25 \end{array} \right\} \text{tak tworzy się ciąg geometryczny } q = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$$

$$S_{10} = 50 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{\frac{1}{2}} = 100 \cdot \frac{1023}{1024} \approx 99,9 \text{ mg}$$

Odp.: Przed przyjęciem 11 dawki w ciele pacjenta będzie ok. 99,9 mg leku.