

Trygonometria

Odpowiedzi do zadań CKE

Zaglądamy do CKE

Zadanie 29. (0–1)

Dany jest kąt o mierze α taki, że $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ oraz $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dla kąta α spełnione jest równanie: $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.	P	F
2.	Dla kąta α spełnione jest równanie: $ \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.	P	F

Rozwiązanie:

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

1. P, bo $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$ i α jest kątem rozwartym.

$$2. \text{ F, } |\operatorname{tg} \alpha| = \frac{|\sin \alpha|}{|\cos \alpha|} = \frac{\left|\frac{4}{5}\right|}{\left|-\frac{3}{5}\right|} = \left|\frac{4}{\cancel{5}} \cdot \left(-\frac{\cancel{5}}{3}\right)\right| = \left|-\frac{4}{3}\right| = \frac{4}{3}$$

Zadanie 30. (0–2)

W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 12$, $|BC| = 8$ oraz miara kąta $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$.

Oblicz długość środkowej tego trójkąta, poprowadzonej z wierzchołka A .

Rozwiązanie:**Sposób 1.** (zastosowanie twierdzenia cosinusów)

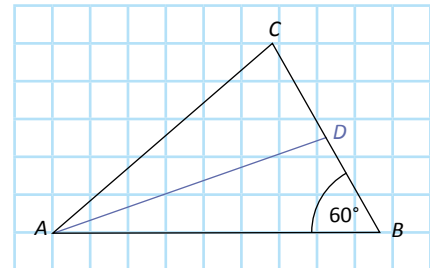
Wykonamy rysunek pomocniczy (zobacz obok).
Ponieważ AD jest środkową, to $BD = 4$.

Do obliczenia długości środkowej $|AD|$ zastosujemy twierdzenie cosinusów dla trójkąta ABD :

$$|AD|^2 = |AB|^2 + |BD|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BD| \cdot \cos |\sphericalangle ABC|$$

$$|AD|^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 112$$

$$|AD| = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

**Sposób 2.** (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa i własności trójkąta o kątach 30° , 60° , 90°)

Wykonamy rysunek pomocniczy (zobacz obok).

W celu obliczenia długości środkowej AD zastosujemy twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta prostokątnego AGD . Ponieważ AD jest środkową, to $|BD| = 4$. Rozważmy dalej trójkąt GBD . Trójkąt GBD ma kąty o miarach: 30° , 60° , 90° , skąd wynika, że przyprostokątne tego trójkąta mają długości:

$$|GB| = 2 \quad |DG| = 2\sqrt{3}$$

zatem długość przyprostokątnej AG trójkąta AGD jest równa:

$$|AG| = 12 - 2 = 10$$

Obliczymy długość środkowej AD z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta AGD :

$$|AD|^2 = |AG|^2 + |GD|^2$$

$$|AD|^2 = 10^2 + (2\sqrt{3})^2 = 112$$

$$|AD| = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

