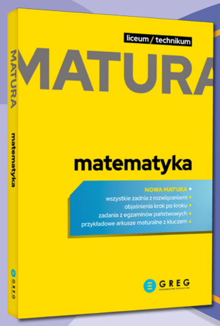


Trygonometria

Odpowiedzi do zadań CKE

Zaglądamy do CKE

Zadanie 29. (0–1)

Dany jest kąt o mierze α taki, że $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ oraz $90° < \alpha < 180°$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dla kąta α spełnione jest równanie: $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$.	**P**	**F**
2.	Dla kąta α spełnione jest równanie: $\lvert\operatorname{tg}\alpha\rvert = \frac{3}{4}$.	**P**	**F**

Rozwiązanie:

$\sin\alpha = \frac{4}{5}$

$90° < \alpha < 180°$

1. P, bo $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$ i α jest kątem rozwartym.

2. F, $\lvert\operatorname{tg}\alpha\rvert = \frac{\lvert\sin\alpha\rvert}{\lvert\cos\alpha\rvert} = \left|\frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}}\right| = \left|\frac{4}{\cancel{5}}\cdot\left(-\frac{\cancel{5}}{3}\right)\right| = \left|-\frac{4}{3}\right| = \frac{4}{3}$

Zadanie 30. (0–2)

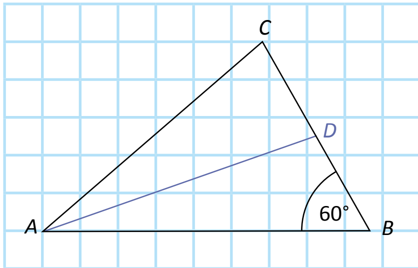
W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 12$, $|BC| = 8$ oraz miara kąta $|\measuredangle ABC| = 60°$.

Oblicz długość środkowej tego trójkąta, poprowadzonej z wierzchołka A.

Rozwiązanie:

Sposób 1. (zastosowanie twierdzenia cosinusów)

Wykonamy rysunek pomocniczy (zobacz obok).
Ponieważ AD jest środkową, to $BD = 4$.



Do obliczenia długości środkowej $|AD|$ zastosujemy twierdzenie cosinusów dla trójkąta ABD:

$$|AD|^2 = |AB|^2 + |BD|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BD| \cdot \cos|\measuredangle ABC|$$

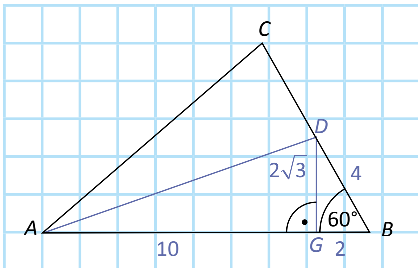
$$|AD|^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 112$$

$$|AD| = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

Sposób 2. (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa i własności trójkąta o kątach 30°, 60°, 90°)

Wykonamy rysunek pomocniczy (zobacz obok).
W celu obliczenia długości środkowej AD zastosujemy twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta prostokątnego AGD. Ponieważ AD jest środkową, to $|BD| = 4$. Rozważmy dalej trójkąt GBD. Trójkąt GBD ma kąty o miarach: 30°, 60°, 90°, skąd wynika, że przyprostokątne tego trójkąta mają długości:

$|GB| = 2$ $\qquad$ $|DG| = 2\sqrt{3}$



zatem długość przyprostokątnej AG trójkąta AGD jest równa:

$|AG| = 12 - 2 = 10$

Obliczymy długość środkowej AD z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta AGD:

$$|AD|^2 = |AG|^2 + |GD|^2$$

$$|AD|^2 = 10^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 112$$

$$|AD| = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$